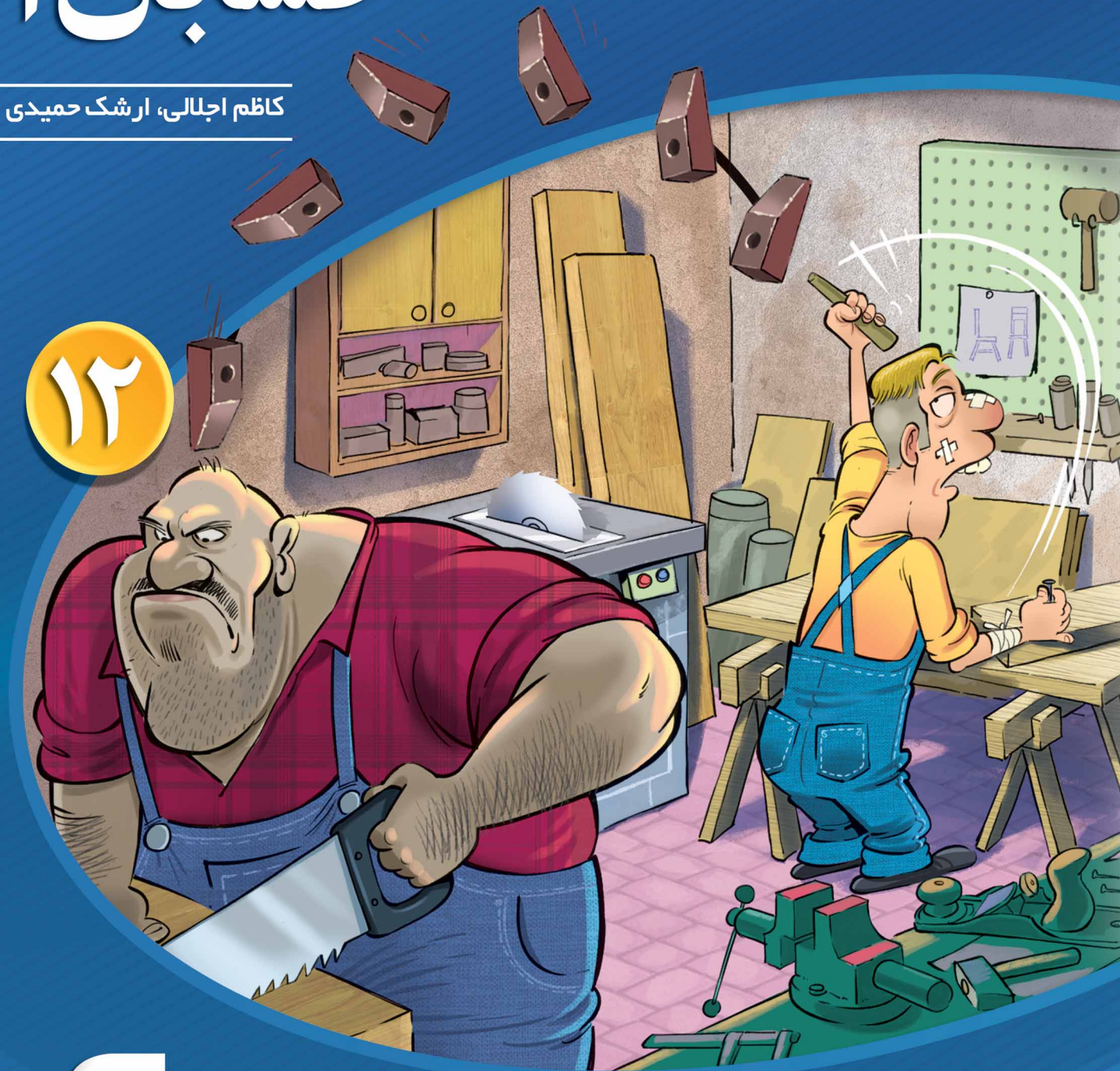


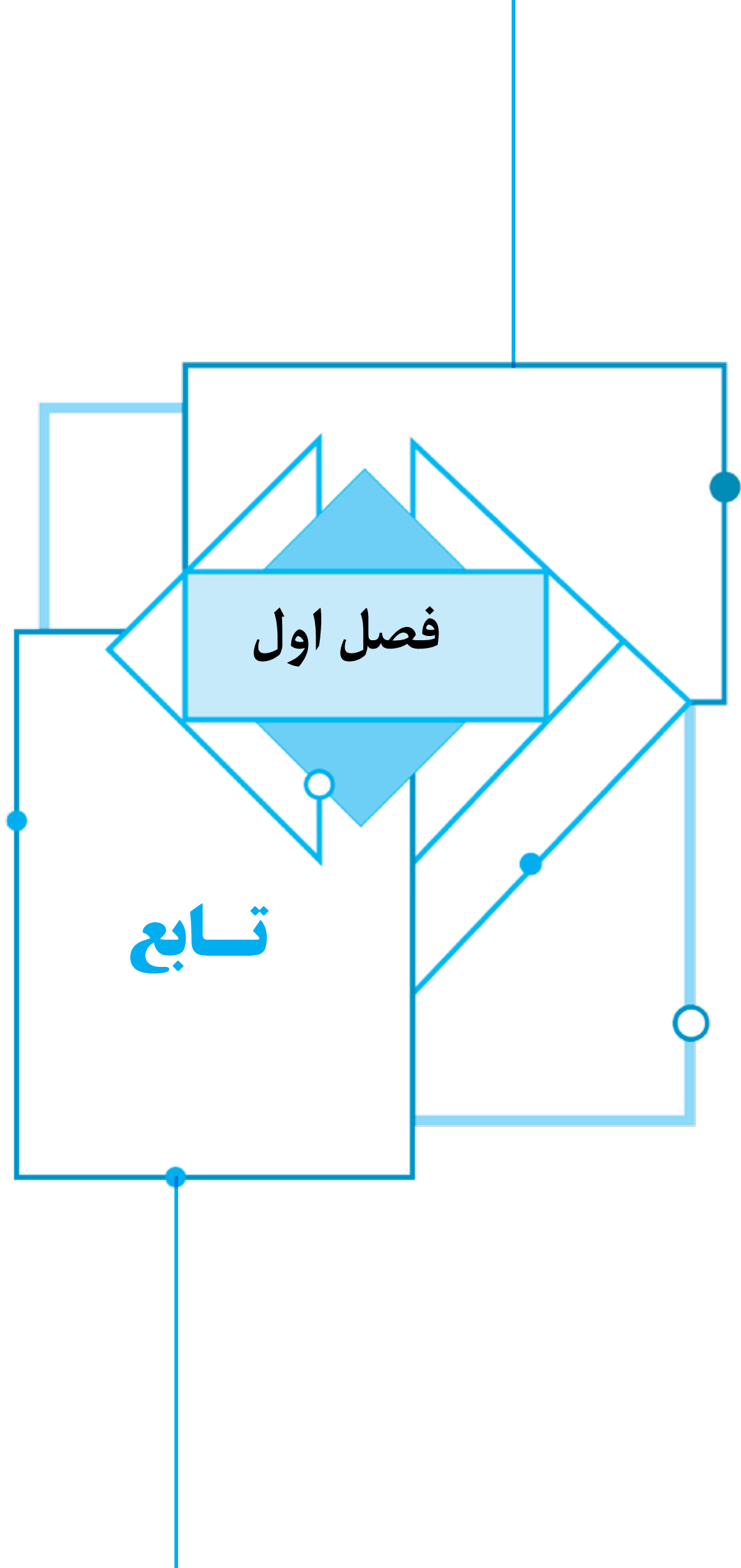
حسابان ۲

کاظم اجلالی، ارشک حمیدی

۱۲



انتشارات
آگاه



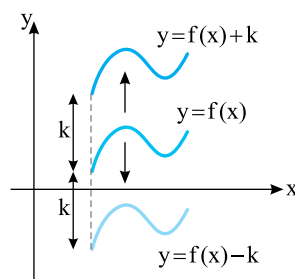
درس اول: تبدیل نمودار توابع

رسم نمودار تابع

می‌توانیم نمودار برخی تابع‌ها را از روی نمودار تابع‌های دیگر رسم کنیم.

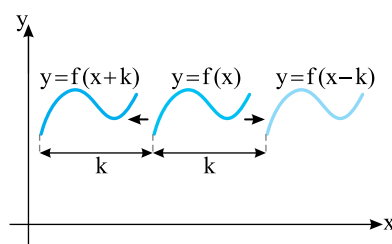
انتقال عمودی

فرض کنید نمودار تابع f را داریم، k عددی حقیقی است و $k > 0$.
 برای رسم نمودار تابع $y = f(x) + k$ کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را k واحد به بالا منتقل کنیم.
 برای رسم نمودار تابع $y = f(x) - k$ کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را k واحد به پایین منتقل کنیم.
 بنابراین نقطه $(x_0, y_0 + k)$ از نمودار تابع $y = f(x) + k$ متناظر با نقطه (x_0, y_0) از نمودار تابع $y = f(x)$ است.

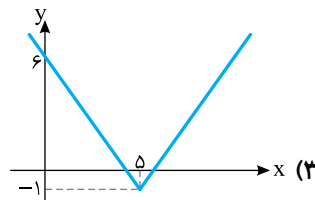
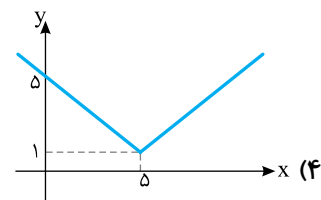
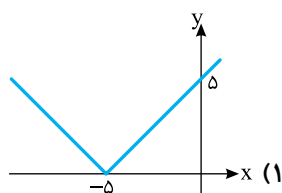
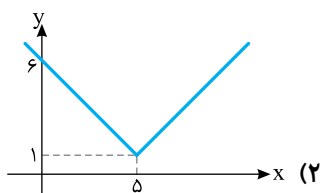


انتقال افقی

فرض کنید نمودار تابع f را داریم، k عددی حقیقی است و $k > 0$.
 برای رسم نمودار تابع $y = f(x + k)$ کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را k واحد به سمت چپ منتقل کنیم.
 برای رسم نمودار تابع $y = f(x - k)$ کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را k واحد به سمت راست منتقل کنیم.
 بنابراین نقطه $(x_0 - k, y_0)$ از نمودار تابع $y = f(x + k)$ متناظر با نقطه (x_0, y_0) از نمودار تابع $y = f(x)$ است.



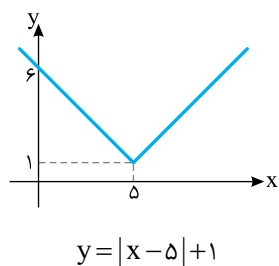
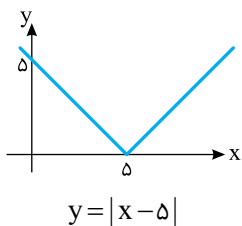
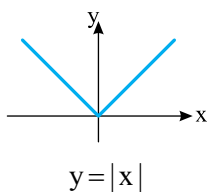
نمودار تابع $f(x) = |5-x| + 1$ کدام است؟



را حل ابتدا توجه کنید که چون $|A| = |-A|$ ، پس

$$f(x) = |5-x| + 1 = |x-5| + 1$$

برای رسم نمودار تابع f ابتدا نمودار تابع $y = |x|$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را ۵ واحد به سمت راست و یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. به این ترتیب نمودار گزینه (۲) به دست می‌آید.



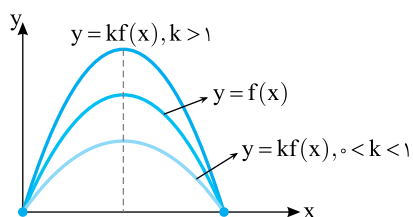
رسم نمودار تابع $y = kf(x)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$

۱ اگر k عددی مثبت باشد، برای رسم نمودار تابع $y = kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y = f(x)$ را k برابر کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار تابع $y = kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می‌آید و اگر $0 < k < 1$ ، نمودار تابع $y = kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می‌آید.

۲ برای رسم نمودار تابع $y = -f(x)$ کافی است قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ را نسبت به محور x رسم کنیم.

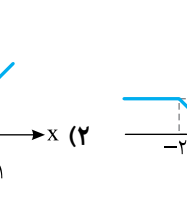
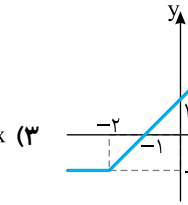
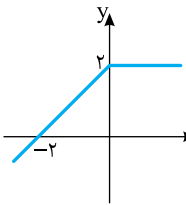
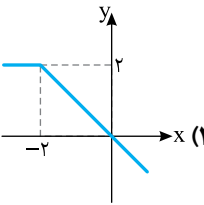
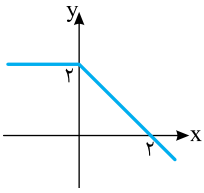
۳ اگر k عددی منفی باشد، برای رسم نمودار تابع $y = kf(x)$ کافی است ابتدا نمودار تابع $y = |k|f(x)$ را رسم کنیم و سپس قرینه این نمودار را نسبت به محور x رسم کنیم.

نقطه (x_0, ky_0) از نمودار تابع $y = kf(x)$ متناظر با نقطه (x_0, y_0) از نمودار تابع $y = f(x)$ است.

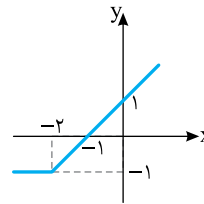
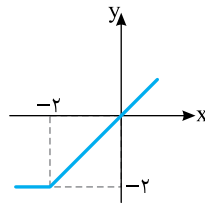
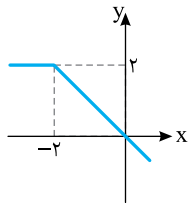
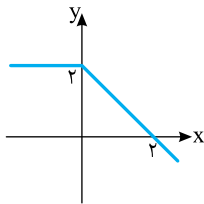


تست ۲

نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. نمودار تابع $y = 1 - f(x + 2)$ کدام است؟



ابتدا نمودار تابع $y = f(x)$ را ۲ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(x + 2)$ به دست بیاید. سپس این نمودار را نسبت به محور x قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع $y = -f(x + 2)$ به دست بیاید. در آخر، این نمودار را ۱ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = 1 - f(x + 2)$ به دست بیاید.



$$y = f(x)$$

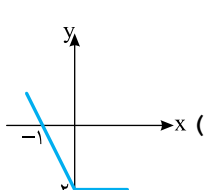
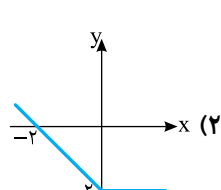
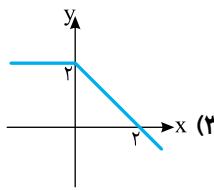
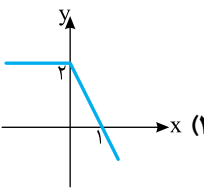
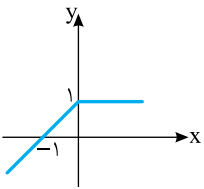
$$y = f(x + 2)$$

$$y = -f(x + 2)$$

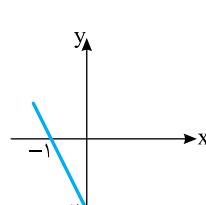
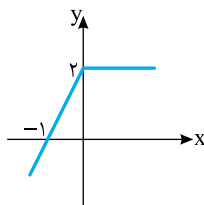
$$y = 1 - f(x + 2)$$

تست ۳

نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. نمودار تابع $y = -2f(x)$ کدام است؟



ابتدا نمودار تابع $y = 2f(x)$ را رسم می‌کنیم. برای این کار، عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y = f(x)$ را ۲ برابر می‌کنیم. سپس قرینه این نمودار نسبت به محور x را رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y = -2f(x)$ به دست بیاید.

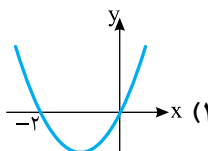
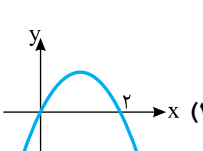
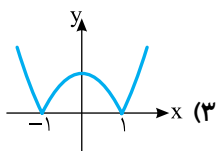
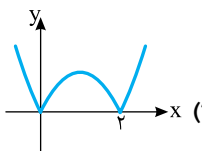
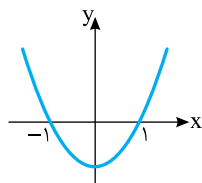


$$y = 2f(x)$$

$$y = -2f(x)$$

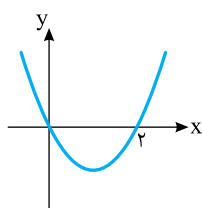
تست ۴

نمودار تابع $y=f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y=-f(x-1)$ کدام است؟

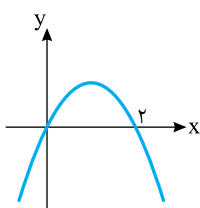


راهنما

ابتدا نمودار را یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(x-1)$ به دست بیاید، سپس قرینه آن را نسبت به محور x به دست می‌آوریم تا نمودار تابع $y=-f(x-1)$ به دست بیاید.



$$y=f(x-1)$$



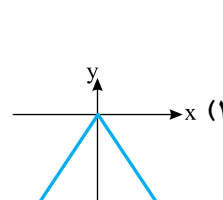
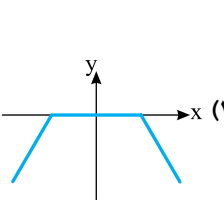
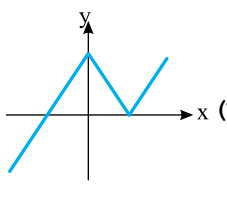
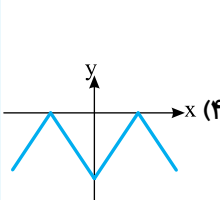
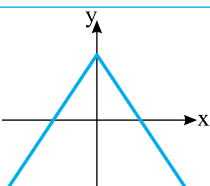
$$y=-f(x-1)$$

روش رسم نمودار تابع $y=|f(x)|$

برای رسم کردن نمودار $y=|f(x)|$ ابتدا نمودار $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم، سپس قرینه قسمتی از نمودار را که زیر محور x است نسبت به محور x رسم می‌کنیم، در آخر قسمتی را که زیر محور x است حذف می‌کنیم.

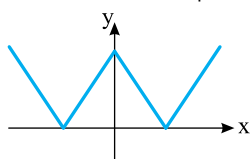
تست ۵

نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. نمودار تابع $y=-|f(x)|$ کدام است؟

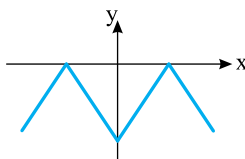


راهنما

ابتدا قسمتی از نمودار f را که زیر محور x است نسبت به محور x قرینه می‌کنیم تا نمودار $y=|f(x)|$ به دست بیاید. سپس این نمودار را نسبت به محور x قرینه می‌کنیم تا نمودار $y=-|f(x)|$ به دست بیاید.



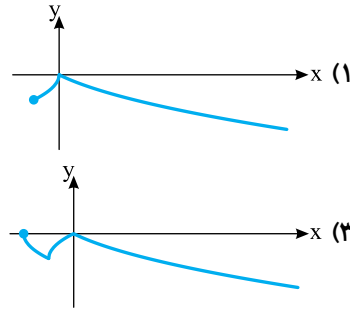
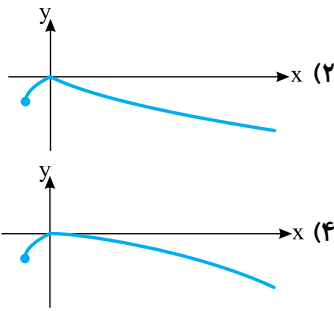
$$y=|f(x)|$$



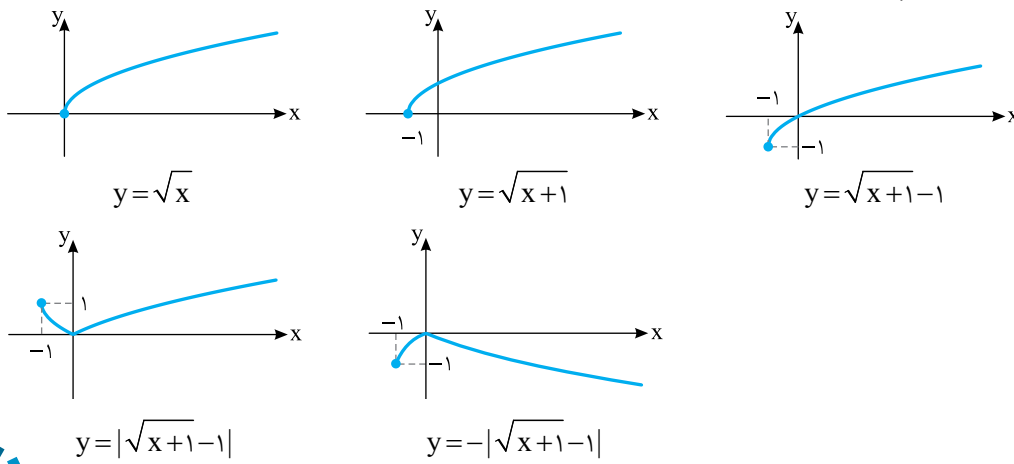
$$y=-|f(x)|$$

تست ۶

نمودار تابع $y = -|\sqrt{x+1}-1|$ کدام است؟



مراحل رسم نمودار در شکل‌های زیر آمده است:



رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$

۱) برای رسم نمودار تابع $y = f(-x)$ ، کافی است قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ را نسبت به محور y رسم کنیم.

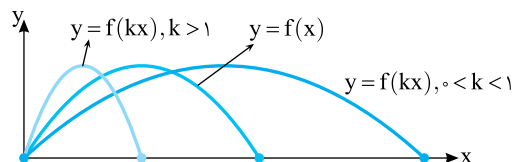
۲) برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ ، کافی است طول نقاط روی نمودار $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

• اگر $0 < k < 1$ ، نمودار تابع $y = f(x)$ از منبسط شدن نمودار تابع $y = f(x)$ در امتداد محور x با ضریب $\frac{1}{k}$ به دست می‌آید.

• اگر $k > 1$ ، نمودار تابع $y = f(x)$ از منقبض شدن نمودار تابع $y = f(x)$ در امتداد محور x با ضریب $\frac{1}{k}$ به دست می‌آید.

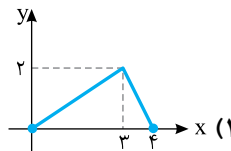
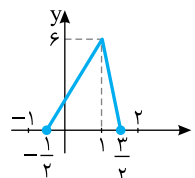
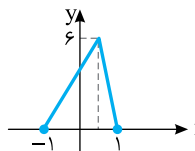
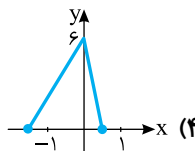
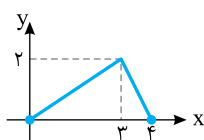
• اگر $k < 0$ ، ابتدا نمودار تابع $y = f(|k|x)$ را رسم می‌کنیم، سپس قرینه این نمودار را نسبت به محور y رسم می‌کنیم.

نقطه $(\frac{x_0}{k}, y_0)$ از نمودار تابع $y = f(kx)$ متناظر با نقطه (x_0, y_0) از نمودار تابع $y = f(x)$ است.



تست ۷

نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y=3f(2x+1)$ کدام است؟

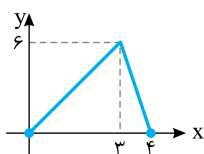


راه حل اول ابتدا عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y=f(x)$ را ۳ برابر می‌کنیم تا نمودار تابع $y=3f(x)$

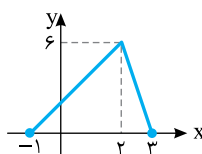
به دست بیاید. سپس این نمودار را یک واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y=3f(x+1)$

به دست بیاید. در آخر، طول هر نقطه روی این نمودار را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم تا نمودار تابع $y=3f(2x+1)$

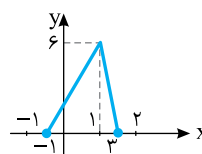
به دست بیاید.



$$y=3f(x)$$



$$y=3f(x+1)$$



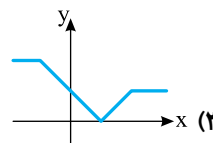
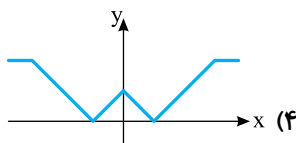
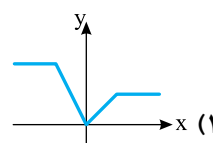
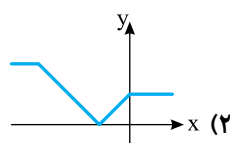
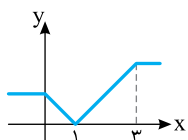
$$y=3f(2x+1)$$

راه حل دوم نقطه نظیر $A(3,2)$ روی نمودار تابع f را در تابع $y=3f(2x+1)$ می‌یابیم:

$$2x+1=3 \Rightarrow x=1 \Rightarrow \begin{cases} y=3f(2x+1)=3f(3)=3 \times 2=6 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow A'(1,6)$$

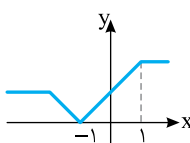
تست ۸

اگر نمودار تابع $y=f(x-1)$ به شکل مقابل باشد، نمودار تابع $y=f(1-x)$ کدام است؟

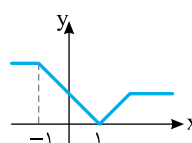


راه حل ابتدا نمودار تابع $y=f(x-1)$ را ۲ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y=f(1+x)$ به دست

بیاید. اکنون اگر این نمودار را نسبت به محور y قرینه کنیم، نمودار تابع $y=f(1-x)$ به دست می‌آید.



$$y=f(1+x)$$



$$y=f(1-x)$$

تست ۹

نمودار تابع $y=f(x-1)$ را ۲ واحد به چپ انتقال می‌دهیم، سپس ۱ واحد به پایین انتقال می‌دهیم و در آخر

نسبت به محور x قرینه می‌کنیم. نمودار به دست آمده متعلق به کدام تابع است؟

$$(۲) \quad y=1-f(x-3)$$

$$(۱) \quad y=1-f(x+1)$$

$$(۴) \quad y=f(1-x)-1$$

$$(۳) \quad y=f(1-x)+1$$

راه حل

با انتقال نمودار تابع $y=f(x-1)$ به مقدار ۲ واحد به سمت چپ، نمودار تابع $y=f((x+2)-1)$ ، یعنی

$$y=f(x+1)$$
 به دست می‌آید.

نمودار تابع $y=f(x+1)-1$ انتقال یافته نمودار تابع قبلی به مقدار یک واحد به سمت پایین است. اگر

این نمودار را نسبت به محور x قرینه کنیم، نمودار تابع زیر به دست می‌آید.

$$y=-(f(x+1)-1)=1-f(x+1)$$

روش رسم نمودار تابع $y=f(|x|)$

برای رسم کردن نمودار تابع $y=f(|x|)$ کافی است قسمتی از نمودار تابع $y=f(x)$ را که سمت چپ

محور y است حذف کنیم و قرینه قسمتی را که سمت راست محور y است نسبت به محور y رسم کنیم.

تست ۱۰

نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع

$$y=f(|x|)+2$$
 محور x را در چند نقطه قطع می‌کند؟

$$(۱) \quad ۱$$

$$(۲) \quad ۲$$

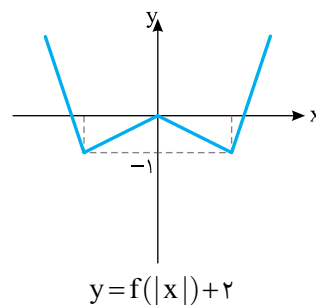
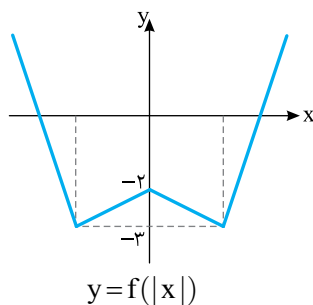
$$(۳) \quad ۳$$

$$(۴) \quad ۴$$

ابتدا از روی نمودار $y=f(x)$ ، نمودار $y=f(|x|)$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را ۲ واحد به بالا منتقل

راه حل

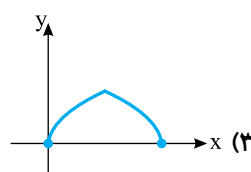
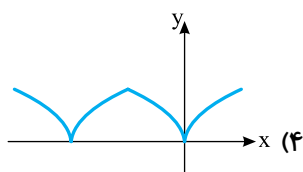
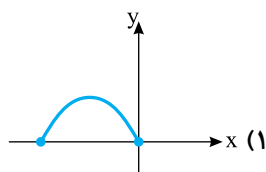
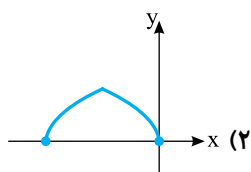
می‌کنیم تا به نمودار تابع $y=f(|x|)+2$ به دست آید.



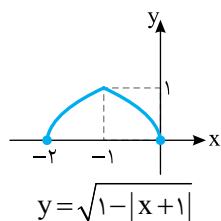
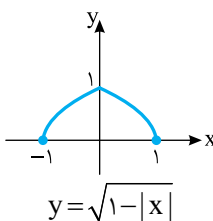
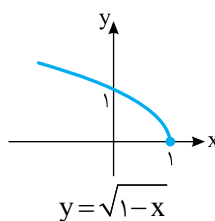
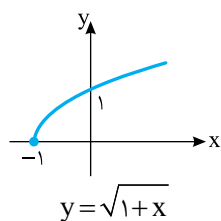
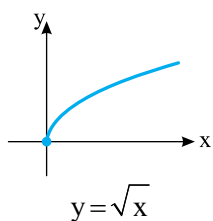
بنابراین نمودار تابع $y=f(|x|)+2$ محور x را در سه نقطه قطع می‌کند.

تست ۱۱

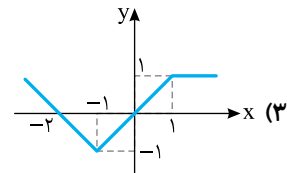
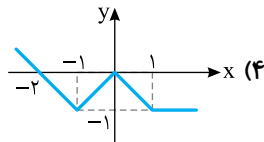
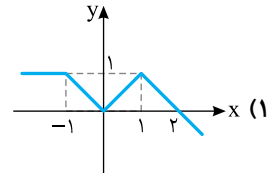
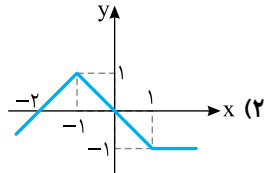
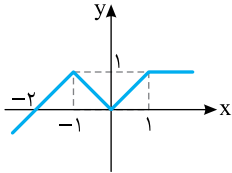
نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1 - |x+1|}$ کدام است؟



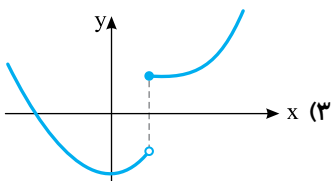
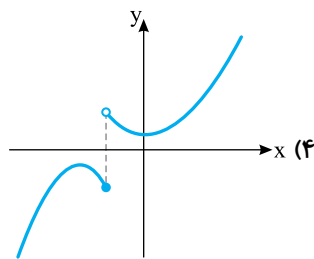
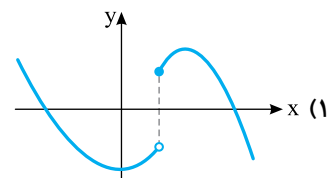
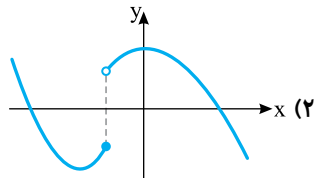
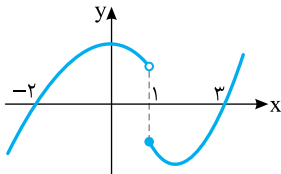
مراحل رسم نمودار به شکل زیر است:



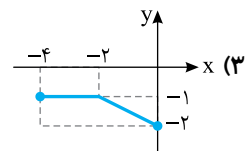
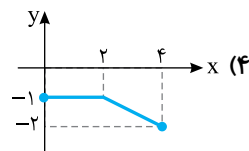
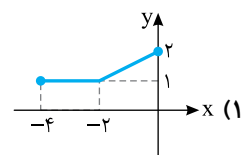
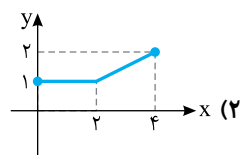
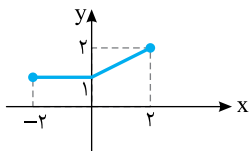
۱- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = -f(x)$ کدام گزینه است؟



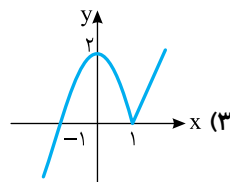
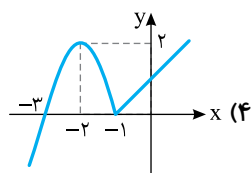
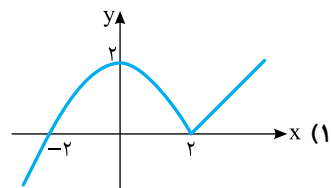
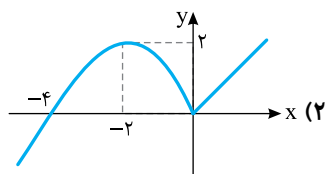
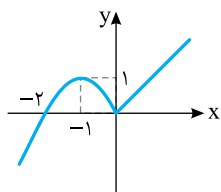
۲- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = -f(x)$ کدام گزینه است؟



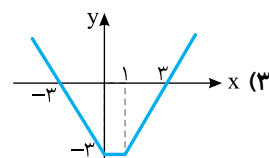
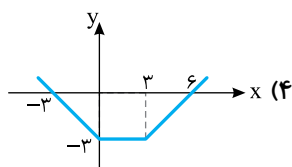
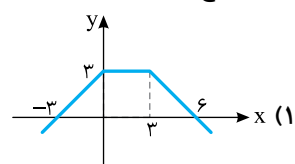
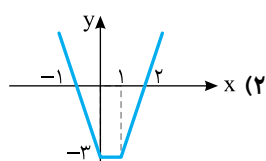
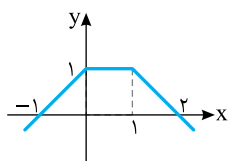
۳- در شکل مقابل نمودار تابع $y = -f(x-2)$ رسم شده است. نمودار تابع f کدام گزینه است؟



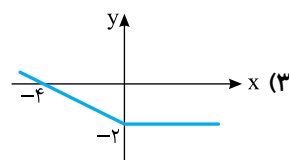
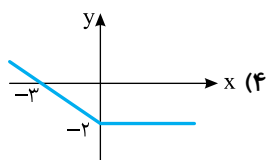
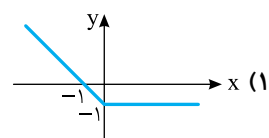
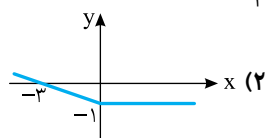
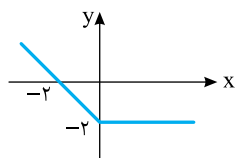
۴- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = 2f(x-1)$ کدام گزینه است؟



۵- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = -3f(x)$ کدام گزینه است؟

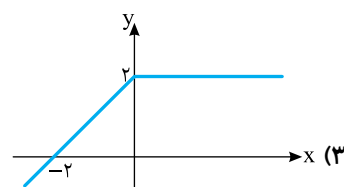
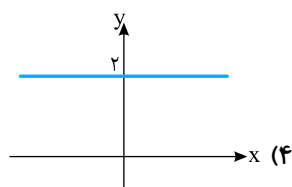
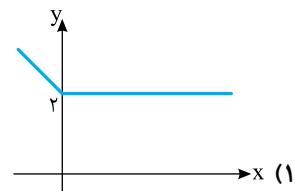
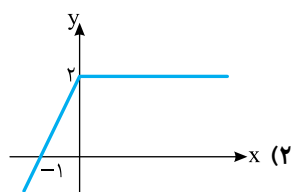
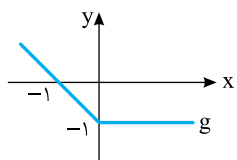
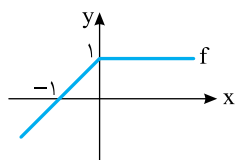


۶- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = \frac{1}{4}f(x) - 1$ کدام گزینه است؟

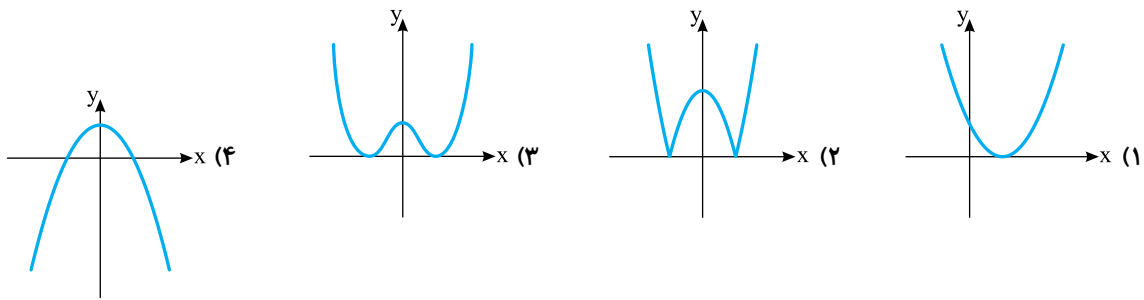


۷- نمودار تابع‌های f و g در شکل‌های مقابل رسم شده است. نمودار تابع

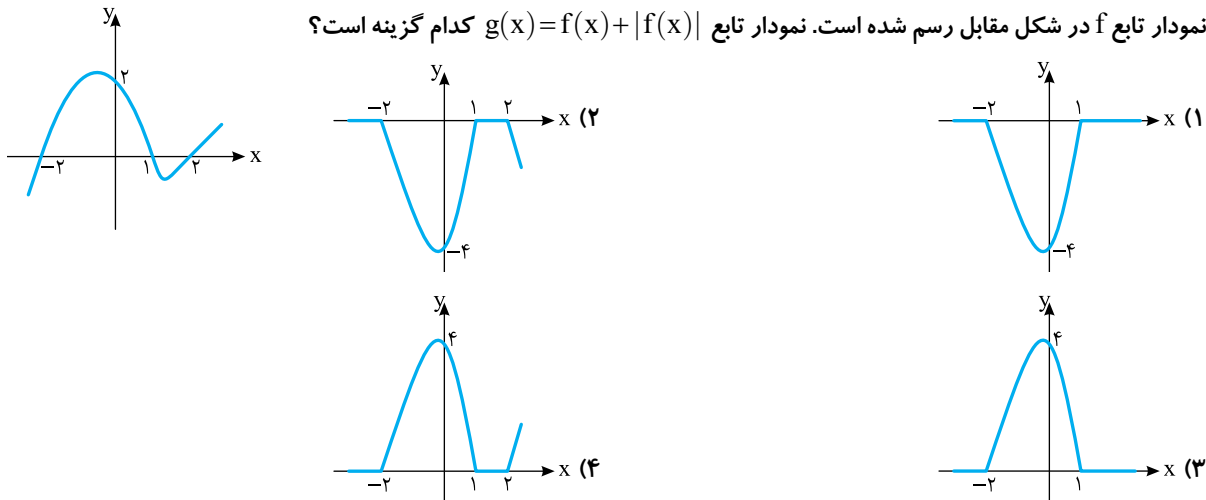
$f - g$ کدام گزینه است؟



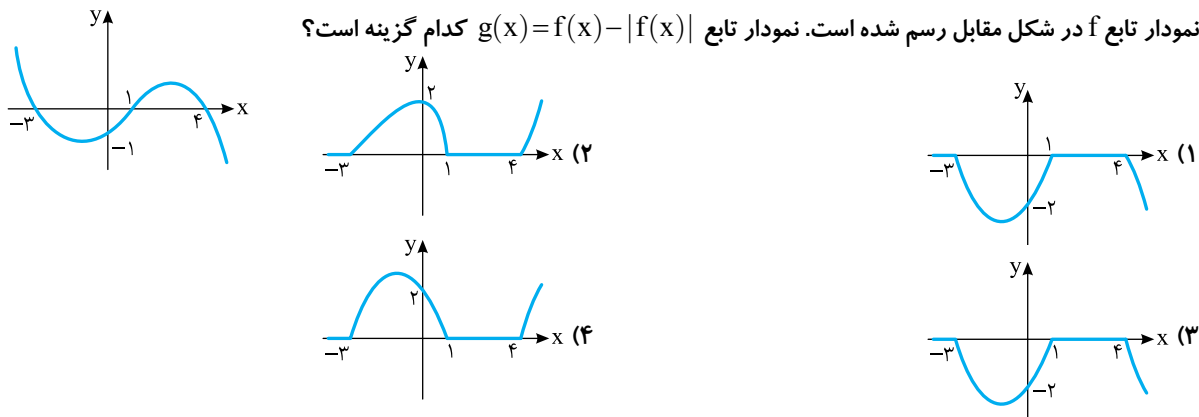
۸- اگر $f(x) = 2x^2 - 1$ و $g(x) = |x - 1|$ نمودار تابع $g \circ f$ کدام است؟



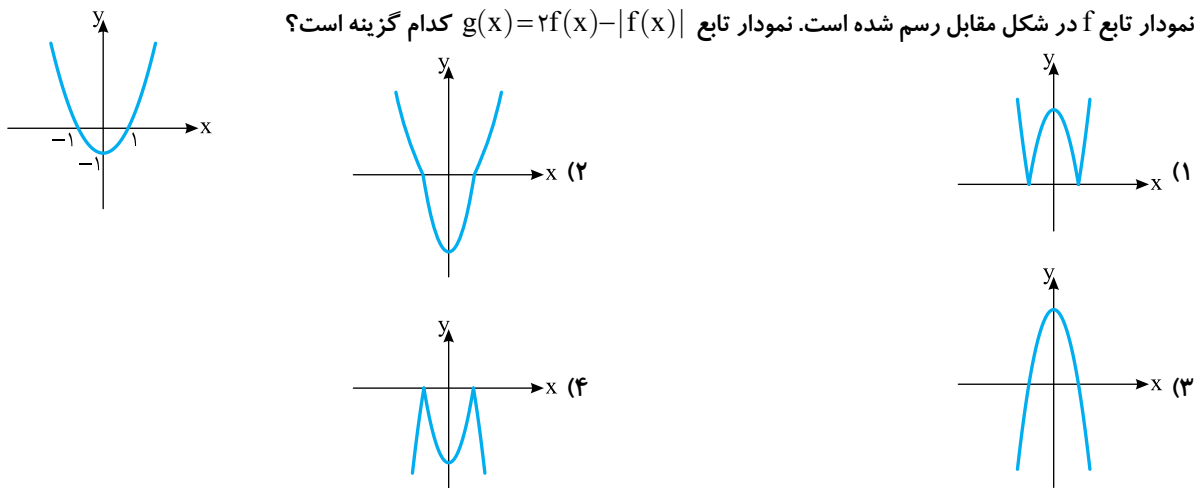
۹- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(x) + |f(x)|$ کدام گزینه است؟



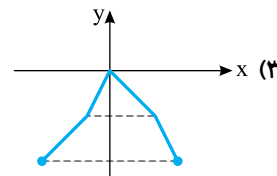
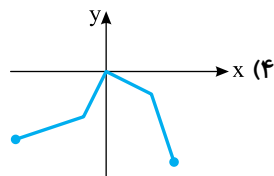
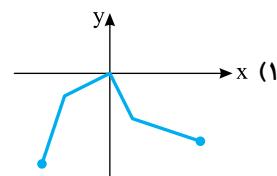
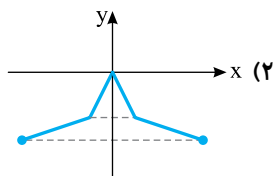
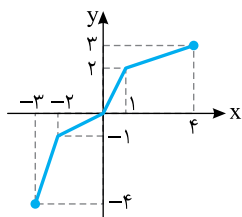
۱۰- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(x) - |f(x)|$ کدام گزینه است؟



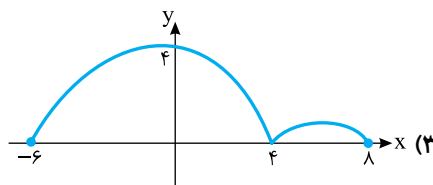
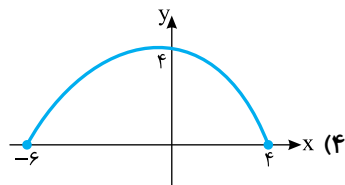
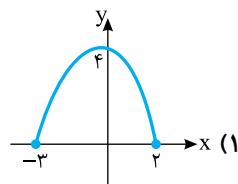
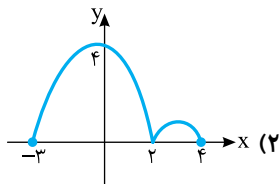
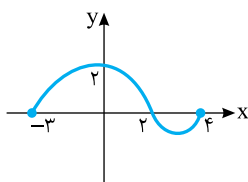
۱۱- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = 2f(x) - |f(x)|$ کدام گزینه است؟



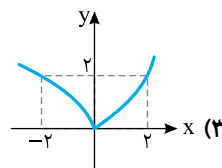
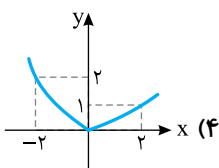
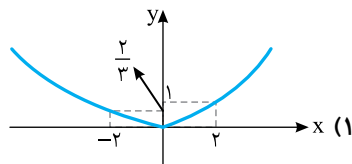
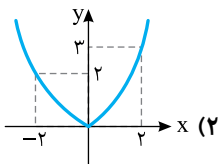
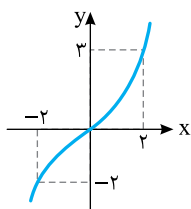
۱۲- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -|f(x)|$ کدام گزینه است؟



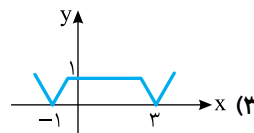
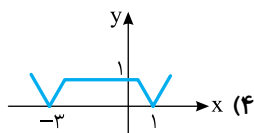
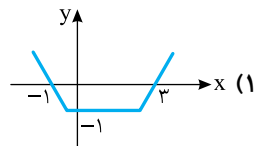
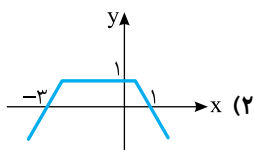
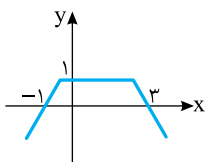
۱۳- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = |2f(x)|$ کدام گزینه است؟



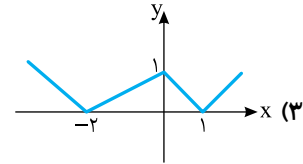
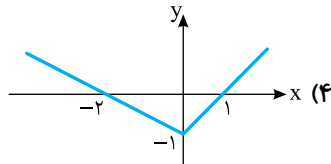
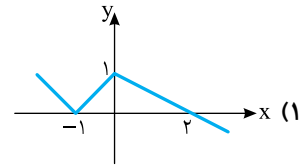
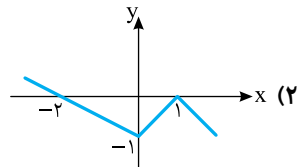
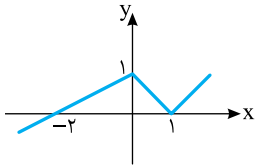
۱۴- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = \frac{|2f(x) - |f(x)||}{3}$ کدام گزینه است؟



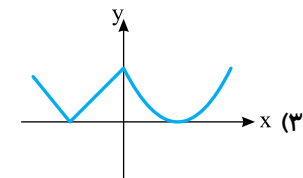
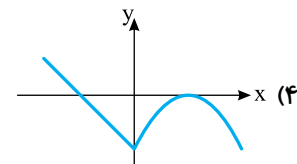
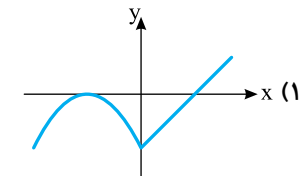
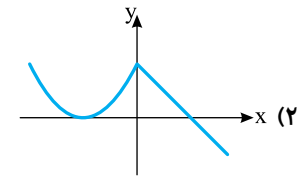
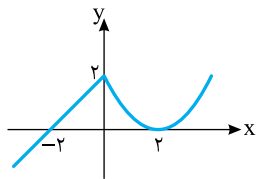
۱۵- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = f(-x)$ کدام است؟



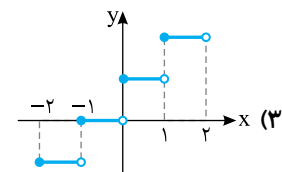
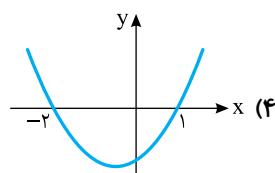
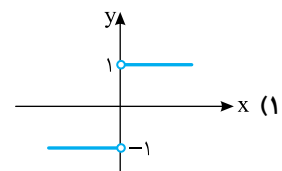
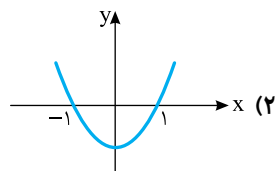
۱۶- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = f(-x)$ کدام گزینه است؟



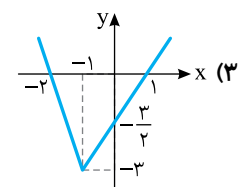
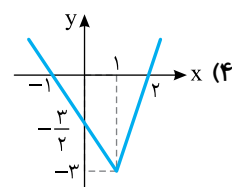
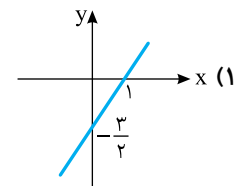
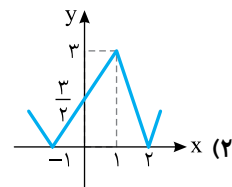
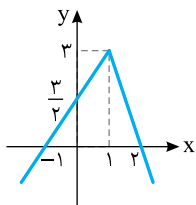
۱۷- نمودار تابع $y = f(-x)$ در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = -f(x)$ کدام است؟



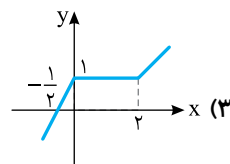
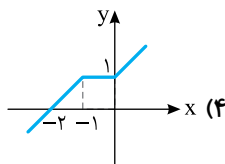
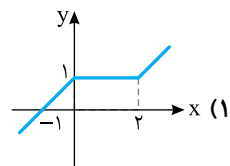
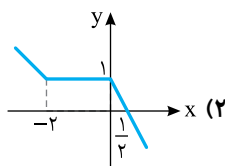
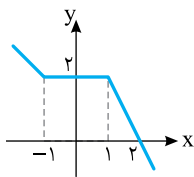
۱۸- در هر گزینه نمودار تابعی مانند f رسم شده است. تابع کدام گزینه این ویژگی را دارد که نمودار تابع $g(x) = f(-x)$ بر نمودار تابع f منطبق است؟



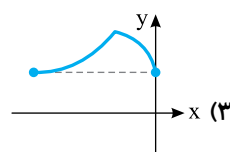
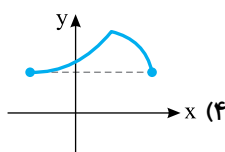
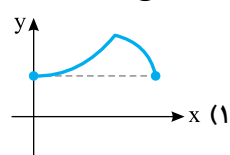
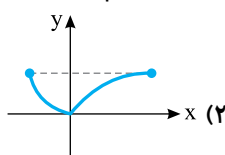
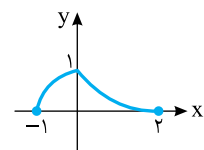
۱۹- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = -f(-x)$ کدام گزینه است؟



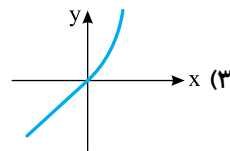
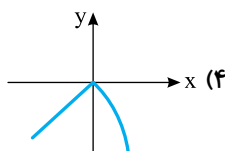
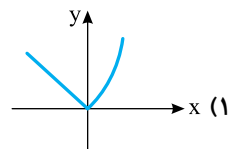
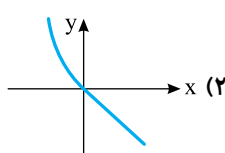
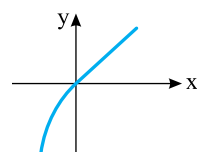
۲۰- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = f(1-x) - 1$ کدام گزینه است؟



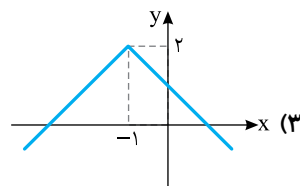
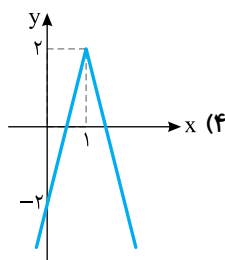
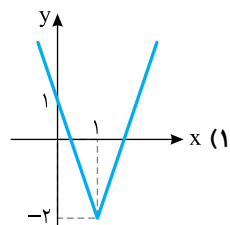
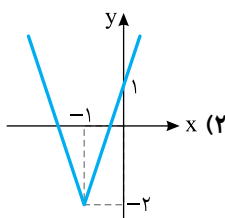
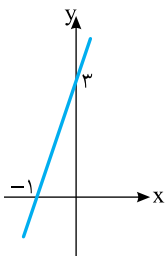
۲۱- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = 1 + f(1-x)$ کدام گزینه است؟



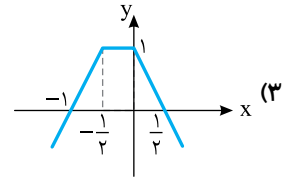
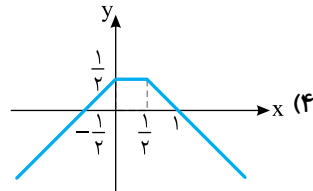
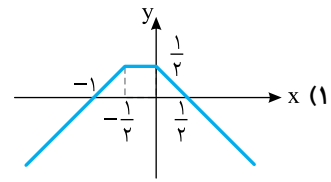
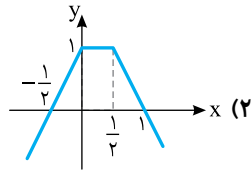
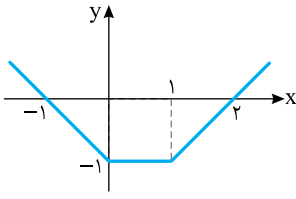
۲۲- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. اگر $g(x) = \begin{cases} f(-x) & x \geq 0 \\ -f(-x) & x < 0 \end{cases}$ ، نمودار تابع g کدام گزینه است؟



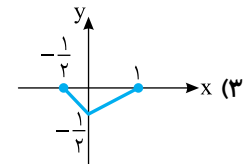
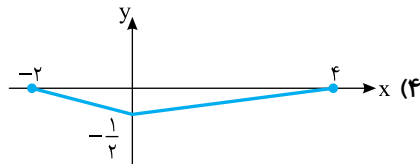
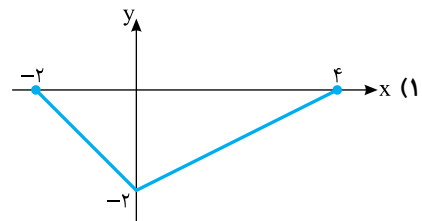
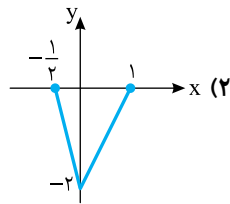
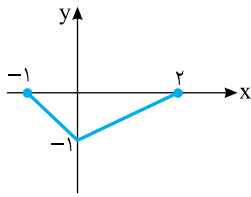
۲۳- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = |f(-x)| - 2$ کدام گزینه است؟



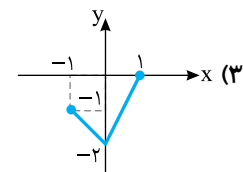
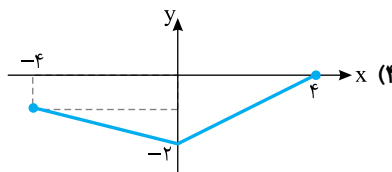
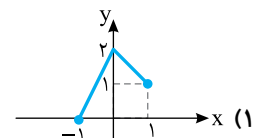
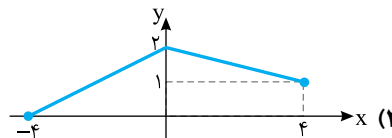
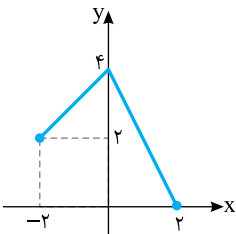
۲۴- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(2x)$ کدام گزینه است؟



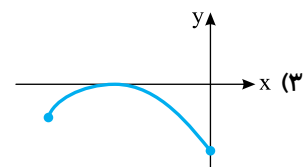
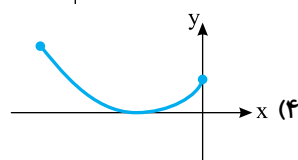
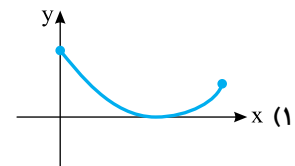
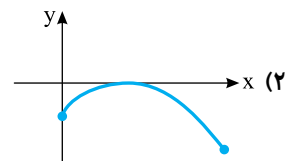
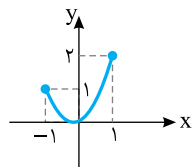
۲۵- نمودار تابع f به شکل مقابل است. نمودار تابع $y = 2f(\frac{x}{2})$ کدام است؟



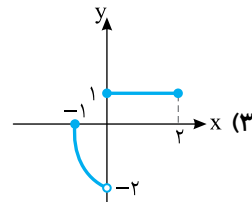
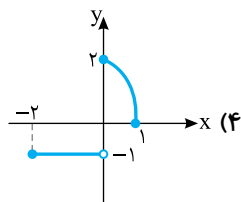
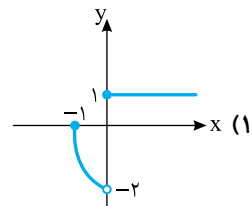
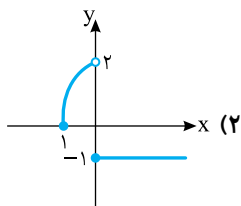
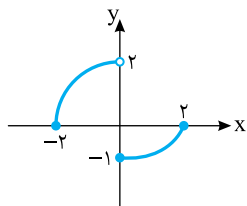
۲۶- نمودار تابع f به شکل مقابل است. نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}f(2x)$ کدام است؟



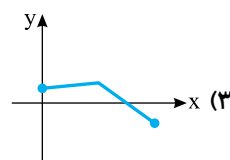
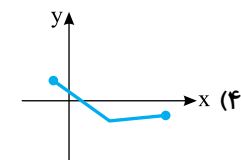
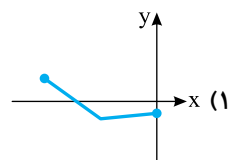
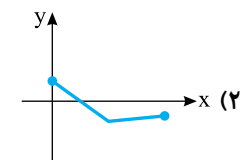
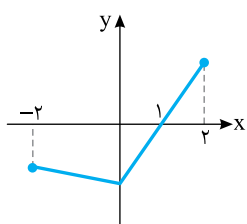
۲۷- نمودار تابع f به شکل مقابل است. نمودار تابع $y = -f(\frac{x}{2} + 1)$ کدام است؟



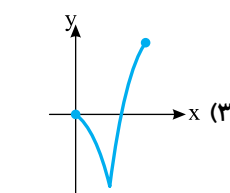
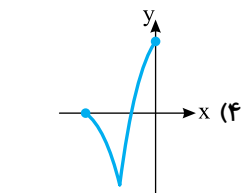
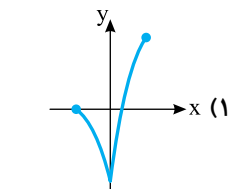
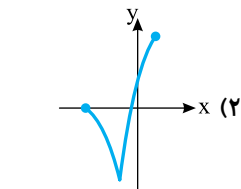
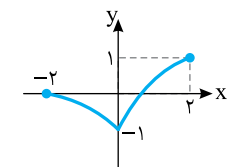
۲۸- نمودار تابع f به شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x) = -f(x - |x|)$ کدام است؟



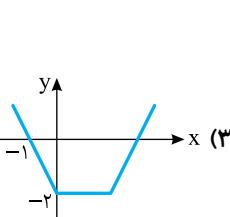
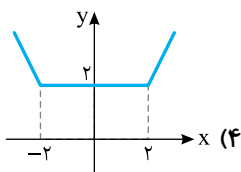
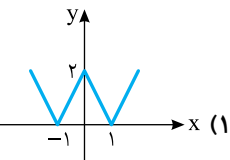
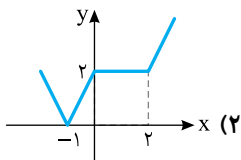
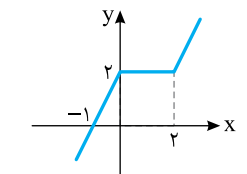
۲۹- نمودار تابع $y = f(1-x)$ به شکل مقابل است. نمودار تابع $y = f(2x-1)$ کدام است؟



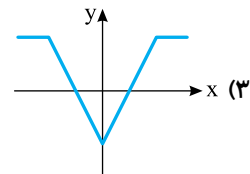
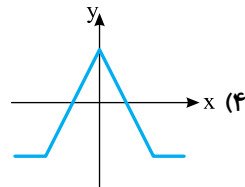
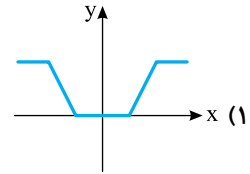
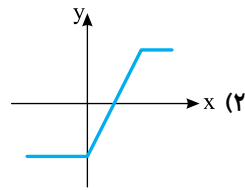
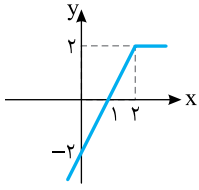
۳۰- نمودار تابع $y = \frac{1}{2}f(\frac{x}{2})$ به شکل مقابل است. نمودار تابع $y = f(x-1)$ کدام است؟



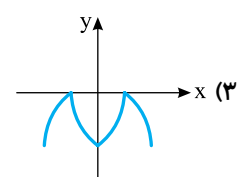
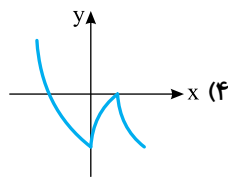
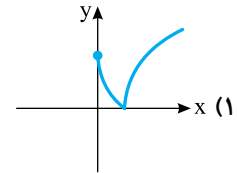
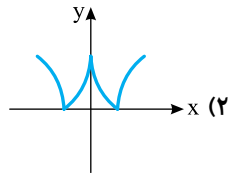
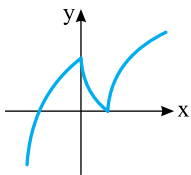
۳۱- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = f(|x|)$ کدام است؟



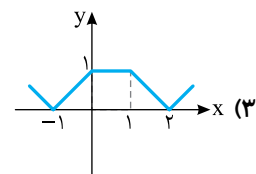
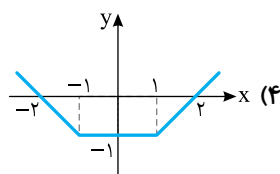
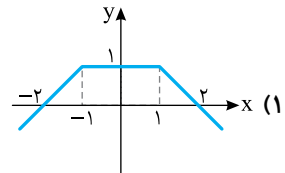
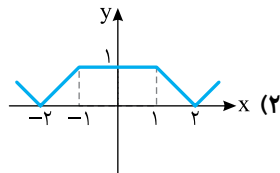
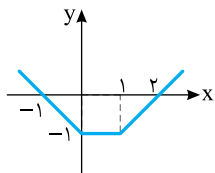
۳۲- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = f(|x|)$ کدام گزینه است؟



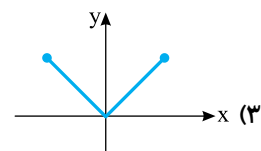
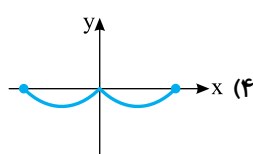
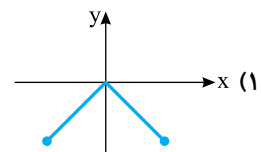
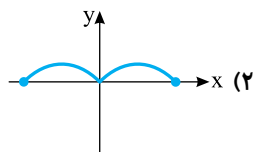
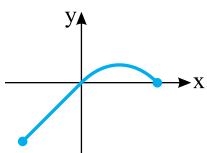
۳۳- نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. نمودار تابع $y = f(|x|)$ کدام است؟



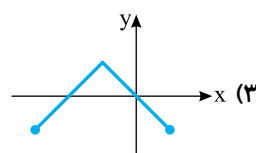
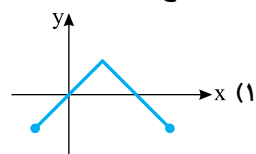
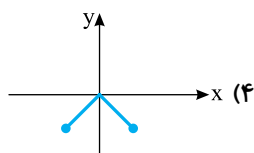
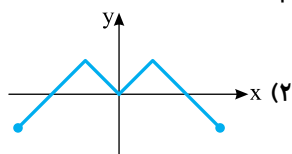
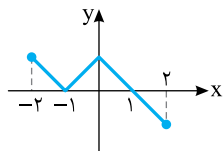
۳۴- نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. نمودار تابع $y = -f(|x|)$ کدام است؟



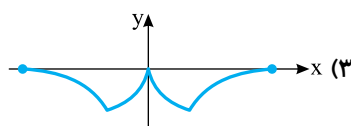
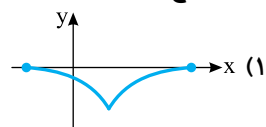
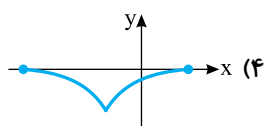
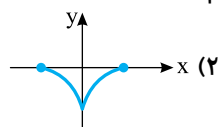
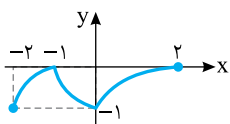
۳۵- نمودار تابع f به شکل مقابل است. نمودار تابع $y = f(-|x|)$ کدام است؟



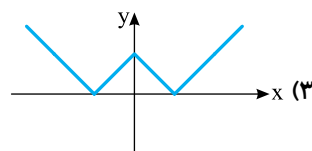
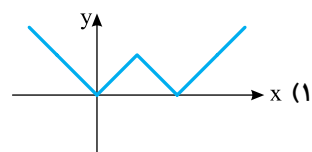
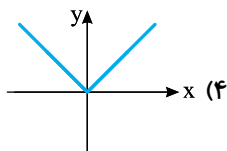
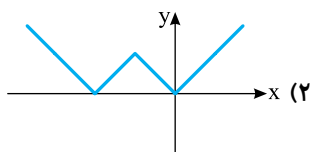
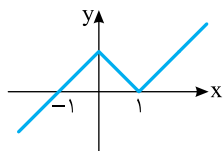
۳۶- نمودار تابع f به شکل مقابل است. نمودار تابع $y=f(|x-1|)$ کدام است؟



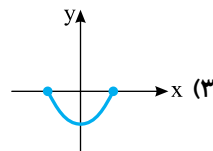
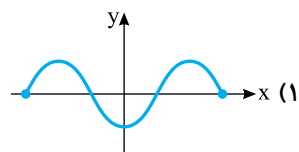
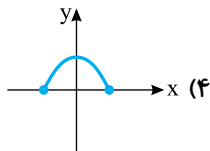
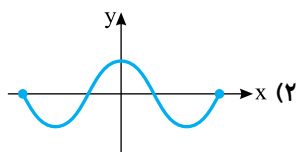
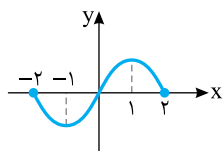
۳۷- نمودار تابع f به شکل مقابل است. نمودار تابع $y=f(|x|-1)$ کدام است؟



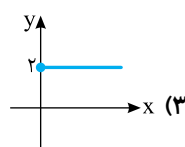
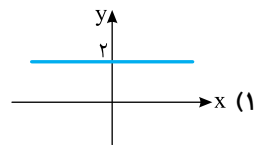
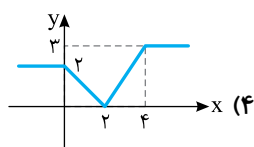
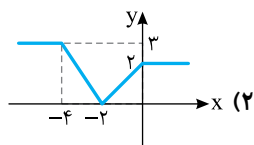
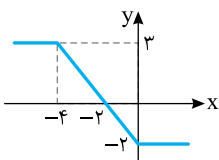
۳۸- نمودار تابع f به شکل مقابل است. نمودار تابع $y=f(1+|x|)$ کدام است؟



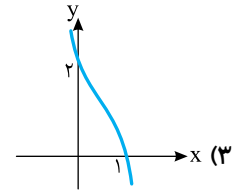
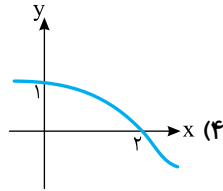
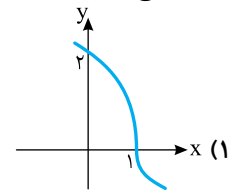
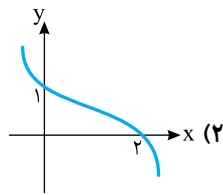
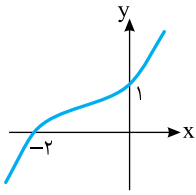
۳۹- نمودار تابع f به شکل مقابل است. نمودار تابع $y=f(1-|x|)$ کدام است؟



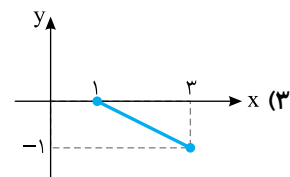
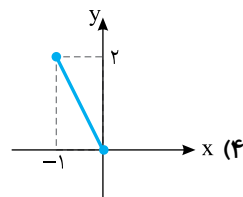
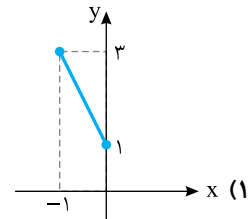
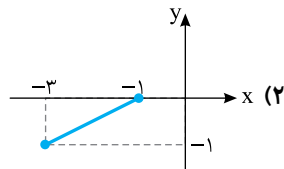
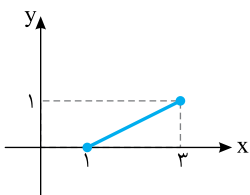
۴۰- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $g(x)=|f(|x|)|$ کدام گزینه است؟



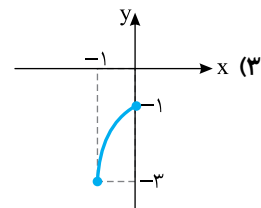
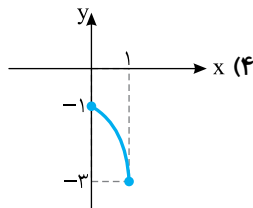
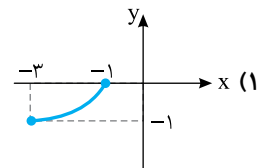
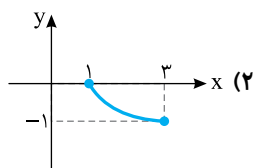
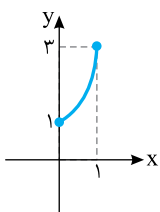
۴۱- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f^{-1}(x)$ کدام گزینه است؟



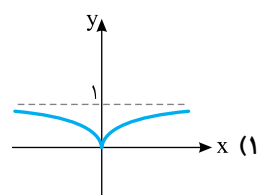
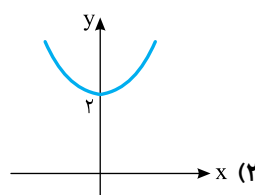
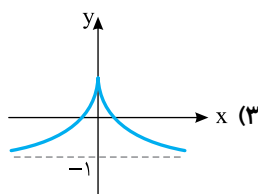
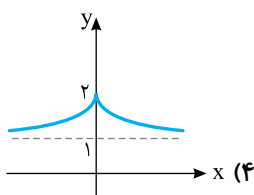
۴۲- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = f^{-1}(-x) - 1$ کدام گزینه است؟



۴۳- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = -f^{-1}(-x)$ کدام گزینه است؟



۴۴- اگر $f(x) = \log_3(x-1)$ ، نمودار تابع $y = f^{-1}(-|x|)$ کدام گزینه است؟



۴۵- نمودار تابع f را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به راست منتقل می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن رسم شده کدام است؟

(۱) $y = -f(x) - 1$ (۲) $y = -f(x - 1)$ (۳) $y = f(-x - 1)$ (۴) $y = f(-x + 1)$

۴۶- طول نقاط نمودار تابع f را دو برابر می‌کنیم، سپس نمودار به دست آمده را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن رسم شده کدام است؟

(۱) $y = f(2x + 1)$ (۲) $y = f(2x + 2)$ (۳) $y = f(\frac{x}{2} + 1)$ (۴) $y = f(\frac{x}{2} + \frac{1}{2})$

۴۷- طول نقاط روی نمودار تابع f را نصف می‌کنیم و عرض آنها را دو برابر می‌کنیم. سپس نمودار را یک واحد به چپ می‌بریم و در آخر نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن رسم شده کدام است؟

(۱) $y = 2f(2 - 2x)$ (۲) $y = 2f(1 - \frac{x}{2})$ (۳) $y = \frac{1}{2}f(2x + 2)$ (۴) $y = \frac{1}{2}f(1 - 2x)$

۴۸- نمودار تابع $g(x) = f(1 - x)$ را یک واحد به راست و یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم، سپس آن را نسبت به محور طول‌ها و سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و در آخر طول نقاط را نصف می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن به دست آمده کدام است؟

(۱) $y = 1 - f(2x + 2)$ (۲) $y = -1 + f(2x - 2)$ (۳) $y = 1 - f(2x)$ (۴) $y = -1 + f(2x - 1)$

۴۹- نمودار تابع $g(x) = 2f(3x)$ را یک واحد به راست و دو واحد به بالا منتقل می‌کنیم. سپس طول و عرض نقاط این نمودار را نصف می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن به دست آمده کدام است؟

(۱) $y = f(\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}) + 1$ (۲) $y = f(\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}) + 1$ (۳) $y = f(6x - 3) + 1$ (۴) $y = f(6x - 1) + 1$

۵۰- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{-x}$ را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم، سپس این نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و مجدداً یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن به دست آمده کدام است؟

(۱) $y = \sqrt{x + 2}$ (۲) $y = \sqrt{x}$ (۳) $y = \sqrt{-x + 2}$ (۴) $y = \sqrt{x - 2}$

۵۱- نمودار تابع $y = \sqrt{|x|}$ را یک واحد به راست و یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم، سپس این نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن به دست آمده کدام است؟

(۱) $y = \sqrt{|x + 1|} + 1$ (۲) $y = \sqrt{|-x + 1|} + 1$ (۳) $y = \sqrt{|x + 1|} + 1$ (۴) $y = \sqrt{|-x + 1|} + 1$

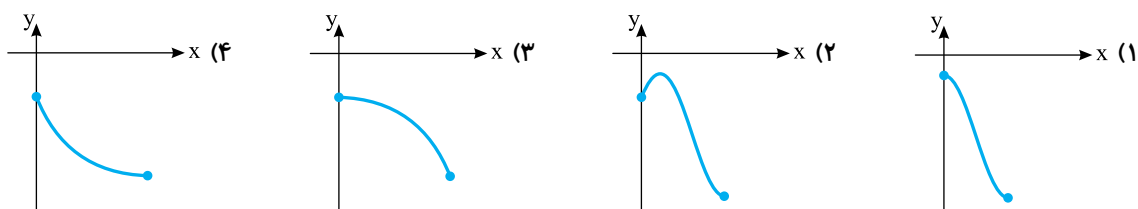
۵۲- نمودار تابع $f(x) = \cos(2x - 1) + 1$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم و در آخر عرض نقاط آن را دو برابر می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن رسم شده کدام است؟

(۱) $y = 2 \cos(2x + 3) + 1$ (۲) $y = 2 \cos(2x + 1) + 1$ (۳) $y = 2 \cos(2x + 3) + 2$ (۴) $y = 2 \cos(2x + 2) + 2$

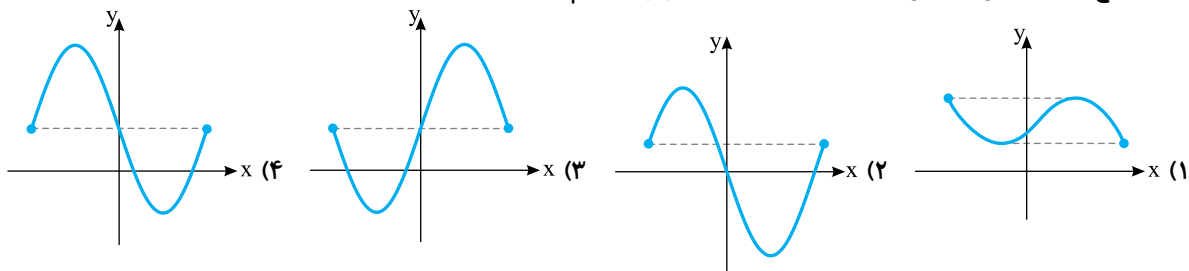
۵۳- نمودار تابع $f(x) = 2|x - 1| - 4$ را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم، سپس طول نقاط آن را نصف و عرض نقاط آن را نصف می‌کنیم و در آخر آن را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن رسم شده کدام است؟

(۱) $y = -|2x - 2| + 1$ (۲) $y = 2|x + 1| - 5$ (۳) $y = -2|2x - 2| + 1$ (۴) $y = -|2x - 1| + 1$

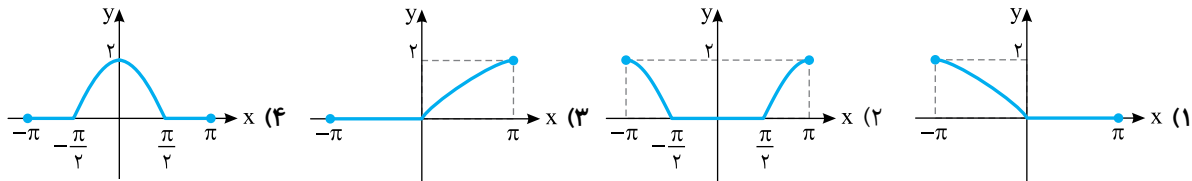
۵۴- نمودار تابع f با دامنه $[0, \pi]$ و ضابطه $f(x) = 3 \cos x - 4$ کدام گزینه است؟



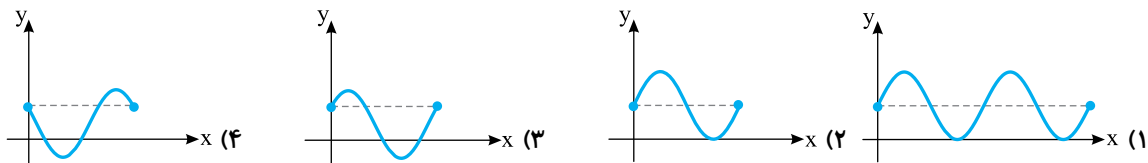
۵۵- نمودار تابع f با دامنه $[-\pi, \pi]$ و ضابطه $f(x) = 2 - 3 \sin x$ کدام گزینه است؟



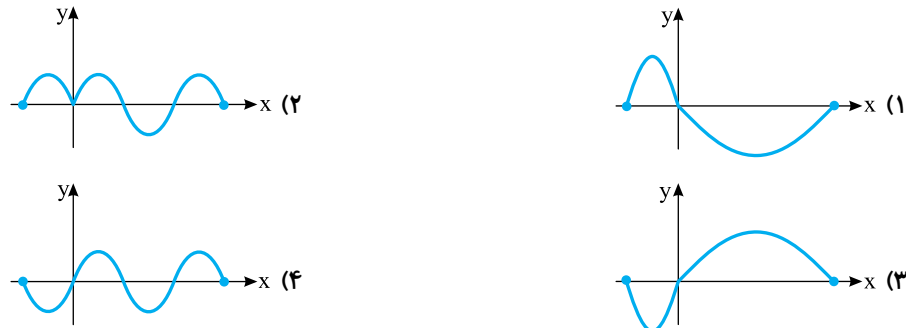
۵۶- نمودار تابع f با دامنه $[-\pi, \pi]$ و ضابطه $f(x) = |\cos x| - \cos x$ کدام گزینه است؟



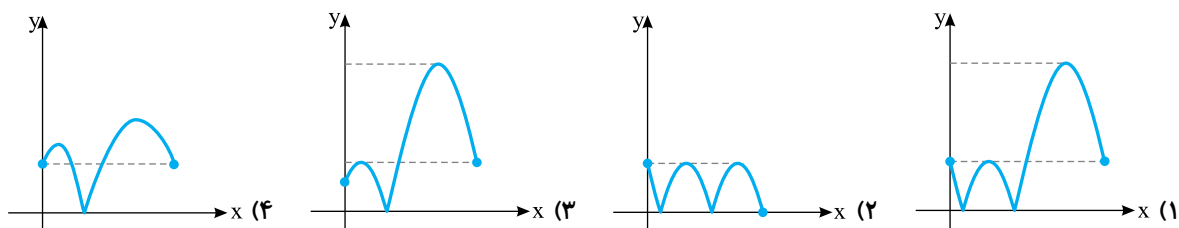
۵۷- نمودار تابع f با دامنه $[0, 2\pi]$ و ضابطه $f(x) = \sin 2x + 1$ کدام گزینه است؟



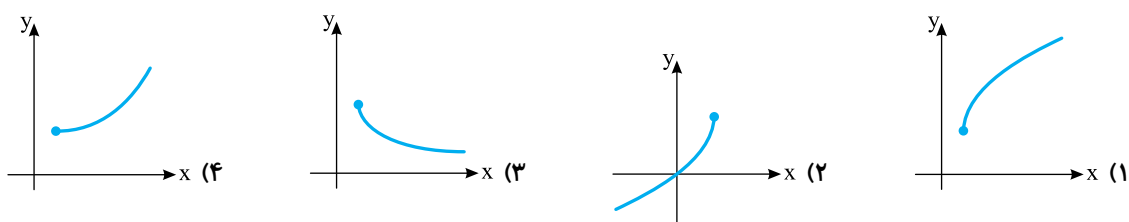
۵۸- نمودار تابع f با دامنه $[-\frac{\pi}{3}, \pi]$ و ضابطه $f(x) = \sin(2x - |x|)$ کدام است؟



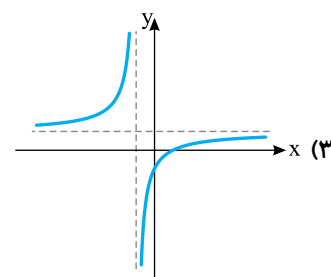
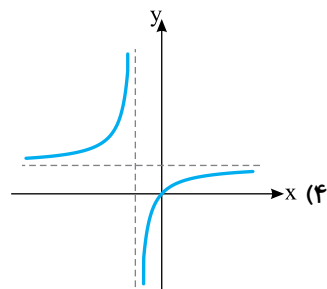
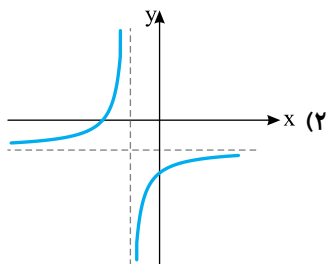
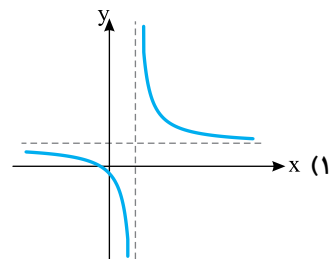
۵۹- نمودار تابع $y = |2 \sin 2x - 1|$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟



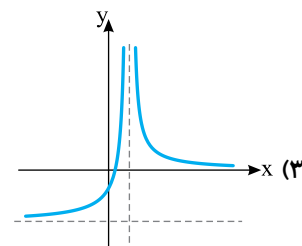
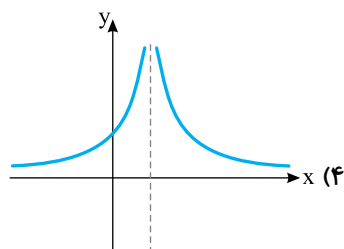
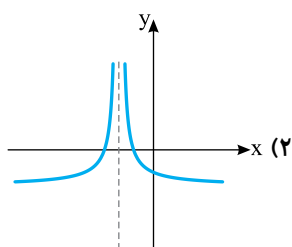
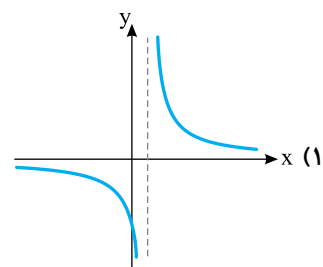
۶۰- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2x-1} + 1$ کدام است؟



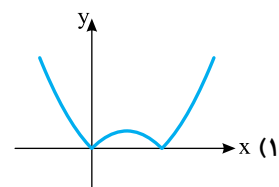
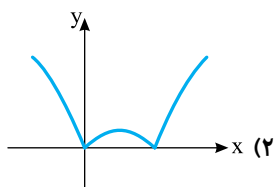
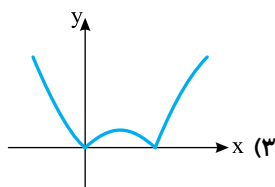
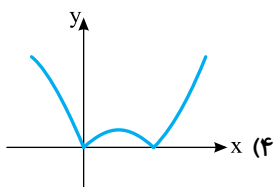
۶۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ کدام است؟



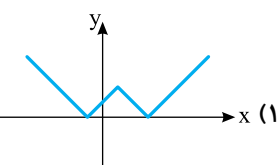
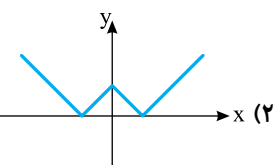
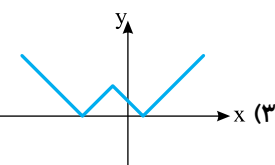
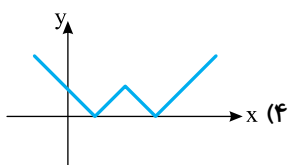
۶۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{2x-1}$ کدام است؟



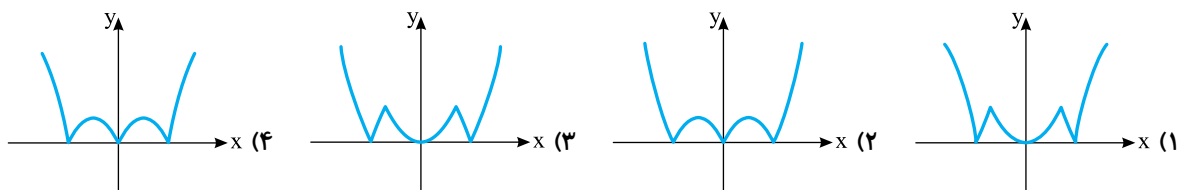
۶۳- نمودار تابع $f(x) = |x||x-1|$ کدام گزینه است؟



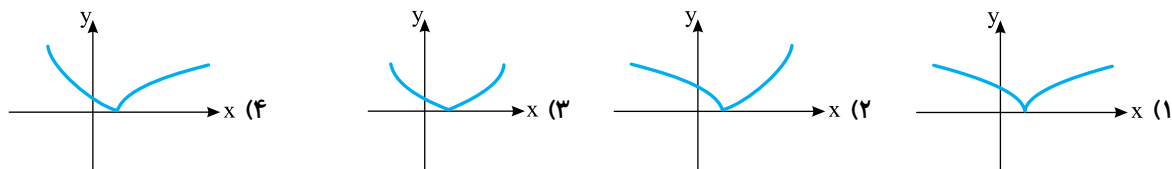
۶۴- نمودار تابع $f(x) = ||x|-2|$ کدام گزینه است؟



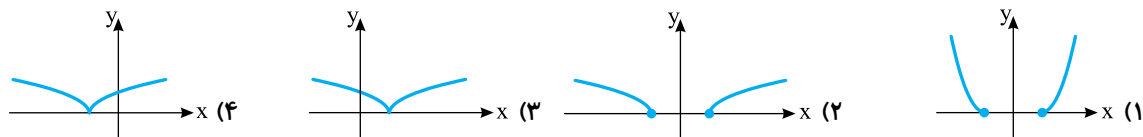
۶۵- نمودار تابع $f(x) = ||x^2 - 1| - 1|$ کدام گزینه است؟



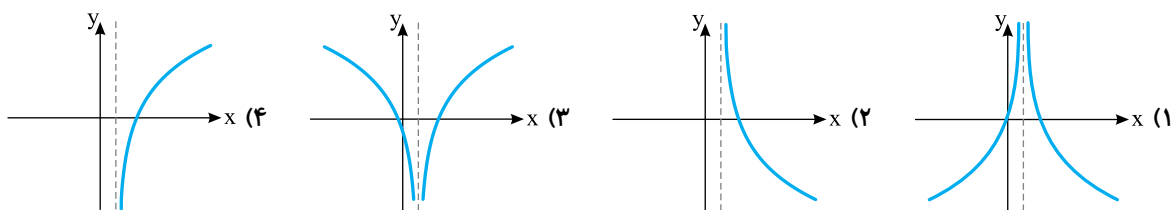
۶۶- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{|x-1|}$ کدام است؟



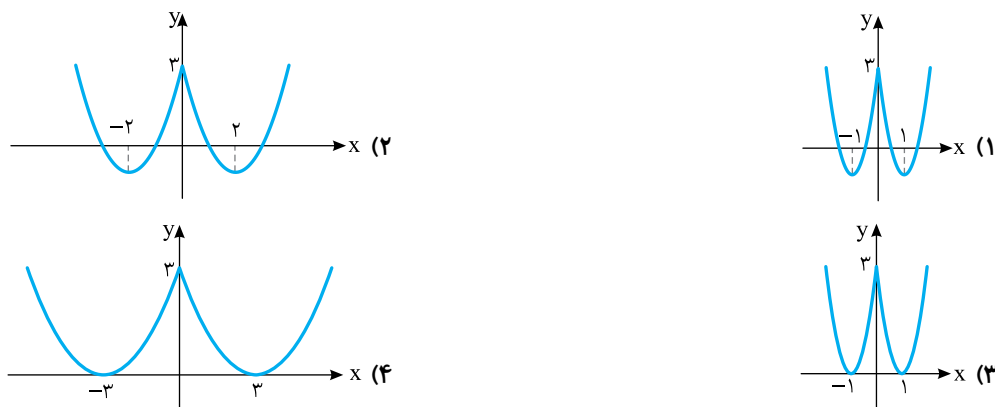
۶۷- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{|x|-2}$ کدام است؟



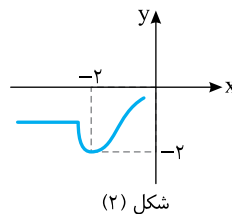
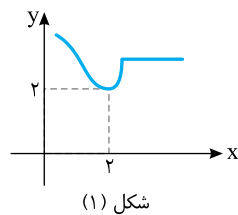
۶۸- نمودار تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 2x + 1)$ کدام است؟



۶۹- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4|x| + 3$ کدام گزینه است؟



۷۰- شکل (۱) نمودار تابع f است. شکل (۲) نمودار تابع است؟



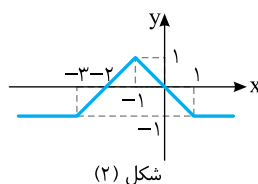
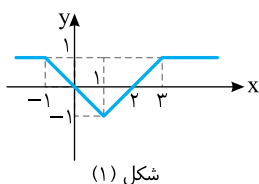
(۴) $y = f(4-x)$

(۳) $y = -f(4-x)$

(۲) $y = -f(-x) - 4$

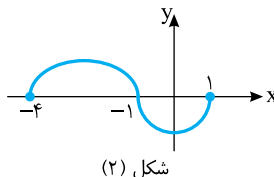
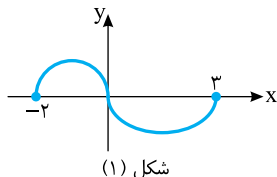
(۱) $y = f(-x) - 4$

۷۱- شکل (۱) نمودار تابع f است. شکل (۲) نمودار کدام تابع است؟



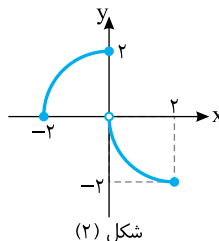
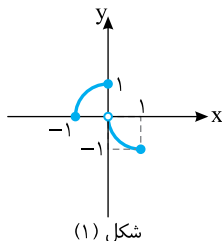
- (۱) $y = f(-x)$ (۲) $y = -f(x)$ (۳) $y = -f(-x)$ (۴) $y = f(1-x)$

۷۲- شکل (۱) نمودار تابع f است. شکل (۲) نمودار کدام تابع است؟



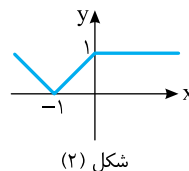
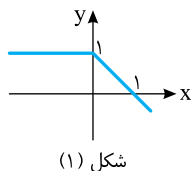
- (۱) $y = f(x-1)$ (۲) $y = -f(x-1)$ (۳) $y = -f(1-x)$ (۴) $y = -f(-1-x)$

۷۳- نمودار تابع f به صورت شکل (۱) است. نمودار کدام تابع به صورت شکل (۲) است؟



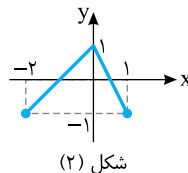
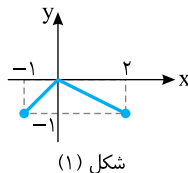
- (۱) $y = 2f\left(\frac{x}{2}\right)$ (۲) $y = 2f(2x)$ (۳) $y = \frac{1}{2}f(2x)$ (۴) $y = \frac{1}{2}f\left(\frac{x}{2}\right)$

۷۴- شکل (۱) نمودار تابع f است. شکل (۲) نمودار کدام تابع است؟



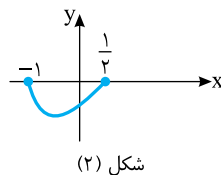
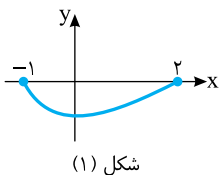
- (۱) $y = -f(x)$ (۲) $y = -f(-x)$ (۳) $y = |f(x)|$ (۴) $y = |f(-x)|$

۷۵- نمودار تابع f به صورت شکل (۱) است. نمودار کدام تابع به صورت شکل (۲) است؟



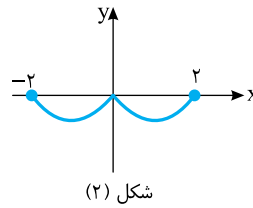
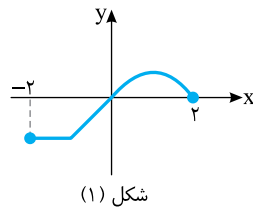
- (۱) $y = 1 - 2f(-x)$ (۲) $y = 1 + 2f(-x)$ (۳) $y = 1 - 2f(x)$ (۴) $y = 1 + 2f(x)$

۷۶- نمودار تابع f به صورت شکل (۱) است. نمودار کدام تابع به صورت شکل (۲) است؟



- (۱) $y = f(2x-1)$ (۲) $y = f(2x+1)$ (۳) $y = f(1-2x)$ (۴) $y = f(-1-2x)$

۷۷- نمودار تابع f به صورت شکل (۱) است. نمودار کدام تابع به صورت شکل (۲) است؟



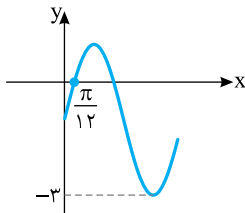
$$y = |f(|x|)| \quad (۴)$$

$$y = f(-|x|) \quad (۳)$$

$$y = -|f(x)| \quad (۲)$$

$$y = -f(|x|) \quad (۱)$$

۷۸- بخشی از نمودار کدام تابع در شکل مقابل رسم شده است؟



$$y = 3 \sin(2x) - 1 \quad (۱)$$

$$y = -(2 + \sqrt{2}) \cos(3x) + \sqrt{2} + 1 \quad (۲)$$

$$y = 2 \sin(2x) - 1 \quad (۳)$$

$$y = -2 \cos(3x) + 1 \quad (۴)$$

۷۹- نمودار تابع $y = \sin(kx)$ روی بازه $[0, 2\pi]$ پنج بار محور طولها را قطع می‌کند. حدود k کدام است؟ ($k > 0$)

$$\frac{1}{2} \leq k < \frac{3}{2} \quad (۱) \quad \frac{3}{2} \leq k < \frac{5}{2} \quad (۳) \quad \frac{5}{2} \leq k < \frac{7}{2} \quad (۲) \quad \frac{7}{2} \leq k < \frac{9}{2} \quad (۴)$$

۸۰- نمودار تابع $y = \cos(kx)$ روی بازه $[0, 3\pi]$ شش بار محور طولها را قطع می‌کند. حدود k کدام است؟ ($k > 0$)

$$\frac{1}{6} \leq k < \frac{13}{6} \quad (۴) \quad \frac{11}{6} \leq k < \frac{5}{2} \quad (۳) \quad \frac{3}{2} \leq k < \frac{7}{2} \quad (۲) \quad \frac{7}{2} \leq k < \frac{11}{6} \quad (۱)$$

(ریاضی - ۹۱)

۸۱- با کدام ضابطه $f(x)$ ، همواره تساوی $f(x) = |f(x)|$ برقرار است؟

$$\cos 2\pi x \quad (۴)$$

$$\sin 2\pi x \quad (۳)$$

$$\cos \pi x \quad (۲)$$

$$\sin \pi x \quad (۱)$$

۸۲- نمودار تابع $y = |\frac{1}{p}x| - 2$ را، ۴ واحد به طرف x های منفی و یک واحد به طرف y های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه،

(تجربی - ۹۳)

با کدام طول متقاطع‌اند؟

$$-2 \quad (۴)$$

$$-2/5 \quad (۳)$$

$$-3 \quad (۲)$$

$$-3/5 \quad (۱)$$

۸۳- نمودار تابع با ضابطه $y = x^2 - 3x - 10$ را حداقل چند واحد به طرف x های مثبت انتقال دهیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور x

(خارج از کشور تجربی - ۹۳)

غیرمنفی باشد؟

$$3 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$1/5 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۸۴- قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل،

(خارج از کشور تجربی - ۹۷)

نیمساز ناحیه‌های اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

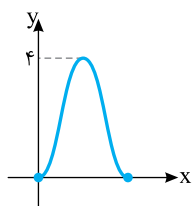
$$1/5 \quad (۴)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$0/5 \quad (۲)$$

$$-2 \quad (۱)$$

۸۵- شکل مقابل نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{p}x)$ در بازه $[0, 4]$ است. مقدار b کدام است؟ (ریاضی - ۹۷)



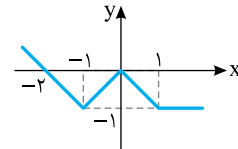
$$-2 \quad (۱)$$

$$-1 \quad (۲)$$

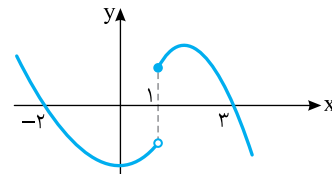
$$1 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۴)$$

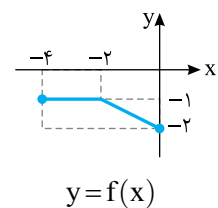
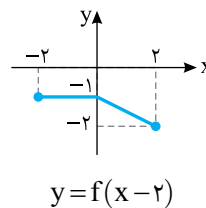
۱- گزینه ۴ برای رسم نمودار تابع $-f$ باید قرینه نمودار تابع f را نسبت به محور x رسم کنیم.



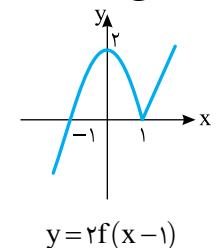
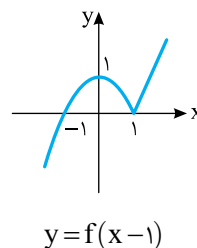
۲- گزینه ۱ برای رسم نمودار تابع $-f$ باید قرینه نمودار تابع f را نسبت به محور x رسم کنیم.



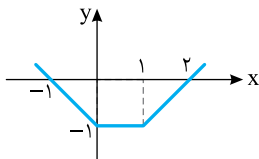
۳- گزینه ۳ ابتدا نمودار تابع $y = -f(x-2)$ را نسبت به محور x قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(x-2)$ به دست بیاید. سپس نمودار تابع $y = f(x-2)$ را ۲ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع f به دست بیاید (توجه کنید که اگر $g(x) = f(x-2)$ ، آن‌گاه $g(x+2) = f(x)$).



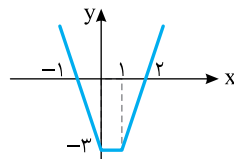
۴- گزینه ۳ ابتدا نمودار تابع f را یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(x-1)$ به دست بیاید. سپس عرض هر نقطه روی این نمودار را ۲ برابر می‌کنیم تا نمودار تابع $y = 2f(x-1)$ به دست بیاید.



۵- گزینه ۲ ابتدا قرینه نمودار f را نسبت به محور x پیدا می‌کنیم تا نمودار تابع $-f$ به دست بیاید. سپس، عرض هر نقطه روی نمودار تابع $-f$ را ۳ برابر می‌کنیم تا نمودار تابع $y = -3f(x)$ به دست بیاید.

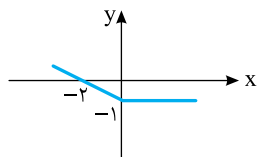


$$y = -f(x)$$

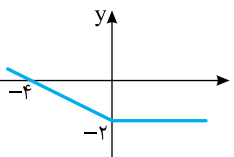


$$y = -3f(x)$$

۶- گزینه ۳ ابتدا عرض هر نقطه روی نمودار تابع f را نصف می‌کنیم تا نمودار تابع $\frac{1}{2}f$ به دست بیاید. سپس این نمودار را یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = \frac{1}{2}f(x) - 1$ به دست بیاید.



$$y = \frac{1}{2}f(x)$$



$$y = \frac{1}{2}f(x) - 1$$

توجه کنید که اگر $x < 0$ ، نمودار f خطی است که از نقطه‌های $(-2, 0)$ و $(0, -2)$ می‌گذرد، بنابراین اگر $x < 0$ ، ضابطه f به صورت زیر است:

$$f(x) = -x - 2$$

در نتیجه اگر $x < 0$ و

$$\frac{1}{2}f(x) - 1 = 0$$

آن‌گاه

$$\frac{1}{2}(-x - 2) - 1 = 0$$

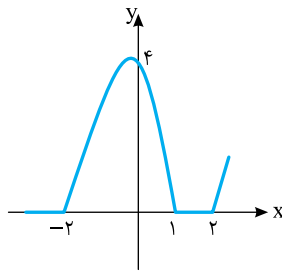
پس $x = -4$. یعنی نمودار تابع $y = \frac{1}{2}f(x) - 1$ محور x را در نقطه‌ای به طول -4 قطع می‌کند.

۹- گزینه ۴ توجه کنید که

$$g(x) = f(x) + |f(x)| = \begin{cases} f(x) + f(x) & f(x) \geq 0 \\ f(x) - f(x) & f(x) < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2f(x) & f(x) \geq 0 \\ 0 & f(x) < 0 \end{cases}$$

بنابراین کافی است در جاهایی که مقدار تابع f نامنفی است عرض نقاط روی نمودار تابع f را دو برابر کنیم، در بقیه جاها تابع g تابع ثابت صفر است.

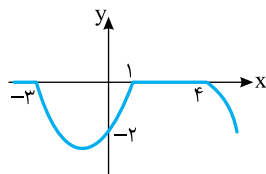


۱۰- گزینه ۱ توجه کنید که

$$g(x) = f(x) - |f(x)| = \begin{cases} f(x) - f(x) & f(x) \geq 0 \\ f(x) - (-f(x)) & f(x) < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & f(x) \geq 0 \\ 2f(x) & f(x) < 0 \end{cases}$$

بنابراین کافی است در جاهایی که مقدار f منفی است عرض نقاط روی نمودار f را ۲ برابر کنیم، در بقیه جاها g تابع ثابت صفر است.

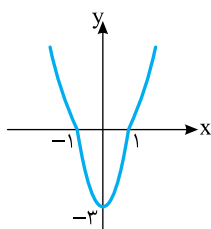


۱۱- گزینه ۲ توجه کنید که

$$g(x) = 2f(x) - |f(x)| = \begin{cases} 2f(x) - f(x) & f(x) \geq 0 \\ 2f(x) - (-f(x)) & f(x) < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} f(x) & f(x) \geq 0 \\ 3f(x) & f(x) < 0 \end{cases}$$

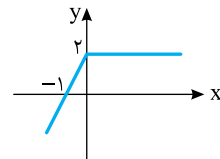
بنابراین کافی است در جاهایی که مقدار f منفی است عرض نقاط روی نمودار f را ۳ برابر کنیم، در بقیه جاها نمودار g همان نمودار f است.

۷- گزینه ۲ ابتدا توجه کنید که اگر قرینه نمودار تابع g

را نسبت به محور x رسم کنیم، نمودار تابع f به دست می آید. بنابراین همواره $f(x) = -g(x)$. به این ترتیب، همواره

$$f(x) - g(x) = f(x) + f(x) = 2f(x)$$

بنابراین کافی است نمودار تابع $2f$ را رسم کنیم. برای این کار، عرض هر نقطه روی نمودار تابع f را دو برابر می کنیم.



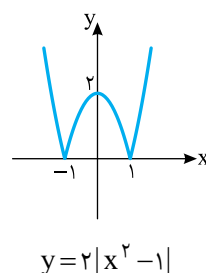
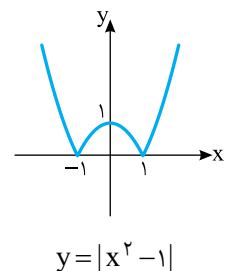
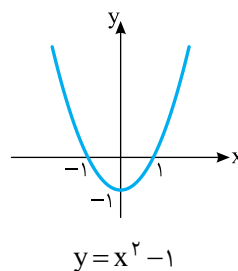
۸- گزینه ۲ توجه کنید که

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = |f(x) - 1|$$

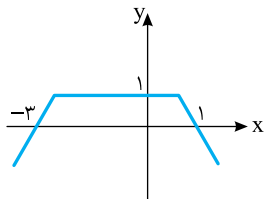
$$= |2x^2 - 2| = 2|x^2 - 1|$$

برای رسم کردن نمودار تابع $y = 2|x^2 - 1|$ ، ابتدا نمودار تابع $y = x^2$ را یک واحد به پایین انتقال می دهیم تا نمودار تابع $y = x^2 - 1$ به دست بیاید. سپس قرینه قسمتی از این نمودار را که زیر محور x است نسبت به محور x رسم می کنیم و قسمتی از نمودار را که زیر محور x است حذف می کنیم تا نمودار تابع $y = |x^2 - 1|$ به دست بیاید.

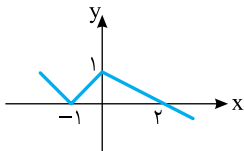
در آخر، عرض هر نقطه روی نمودار به دست آمده را در ۲ ضرب می کنیم تا نمودار تابع $y = 2|x^2 - 1|$ به دست بیاید.



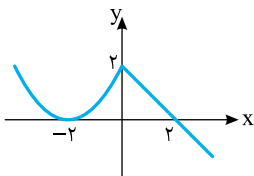
۱۵- گزینه ۲ باید نمودار تابع f را نسبت به محور y قرینه کنیم.



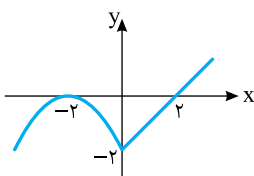
۱۶- گزینه ۱ باید نمودار تابع f را نسبت به محور y قرینه کنیم.



۱۷- گزینه ۱ ابتدا قرینه نمودار داده شده را نسبت به محور y رسم می‌کنیم تا نمودار $y = f(-x) = f(x)$ به دست بیاید.

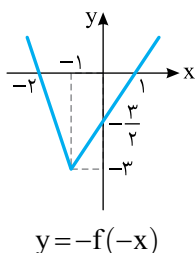
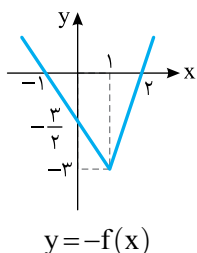


اکنون اگر قرینه این نمودار را نسبت به محور x پیدا کنیم، نمودار $y = -f(x)$ به دست می‌آید.

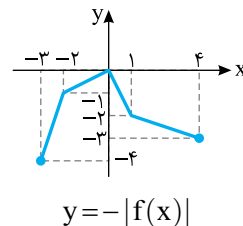
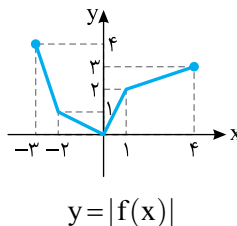


۱۸- گزینه ۲ نمودار تابع g قرینه نمودار تابع f نسبت به محور y است. بنابراین باید نموداری را پیدا کنیم که قرینه‌اش نسبت به محور y برخوردش منطبق باشد. در بین گزینه‌ها، فقط تابعی که نمودارش در گزینه ۲ رسم شده است این ویژگی را دارد.

۱۹- گزینه ۳ ابتدا قرینه نمودار تابع f را نسبت به محور x رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y = -f(x)$ به دست بیاید. سپس، قرینه این نمودار را نسبت به محور y رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y = -f(-x)$ به دست بیاید.

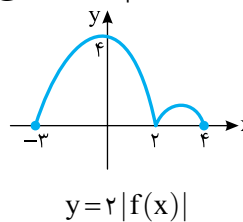
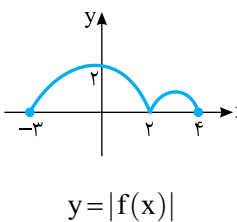


۱۲- گزینه ۱ ابتدا نمودار تابع $y = |f(x)|$ را رسم می‌کنیم. برای این کار، قرینه قسمتی از نمودار تابع f را که زیر محور x است نسبت به محور x پیدا می‌کنیم و قسمتی را که زیر محور x است حذف می‌کنیم. اکنون اگر قرینه این نمودار را نسبت به محور x رسم کنیم، نمودار تابع $y = -|f(x)|$ به دست می‌آید.



۱۳- گزینه ۲ ابتدا توجه کنید که $y = |2f(x)| = 2|f(x)|$.

ابتدا نمودار تابع $|f|$ را رسم می‌کنیم. برای این کار، قرینه قسمتی از نمودار تابع f را که زیر محور x است نسبت به محور x رسم می‌کنیم و قسمتی را که زیر محور x است حذف می‌کنیم. اکنون، نمودار تابع $|f|$ را در امتداد محور y با ضریب ۲ به‌طور عمودی منبسط می‌کنیم تا نمودار تابع $y = 2|f(x)|$ به دست بیاید.

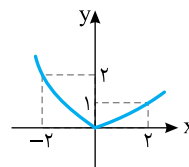


۱۴- گزینه ۴ توجه کنید که

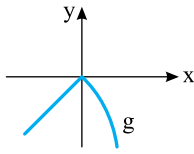
$$g(x) = \begin{cases} \frac{|2f(x) - f(x)|}{3} & f(x) \geq 0 \\ \frac{|2f(x) - (-f(x))|}{3} & f(x) < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{|f(x)|}{3} & f(x) \geq 0 \\ \frac{|3f(x)|}{3} & f(x) < 0 \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{3}f(x) & f(x) \geq 0 \\ -f(x) & f(x) < 0 \end{cases}$$

بنابراین کافی است در جاهایی که مقادیر f نامنفی هستند، عرض نقاط روی نمودار f را یک سوم کنیم و در جاهایی که مقادیر f منفی هستند، قرینه نمودار f را نسبت به محور x رسم کنیم.



به این ترتیب، نمودار تابع g به صورت زیر است.

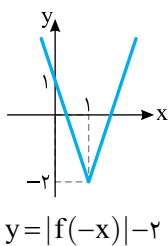
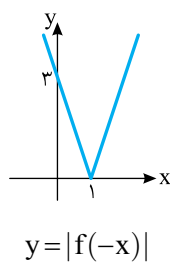
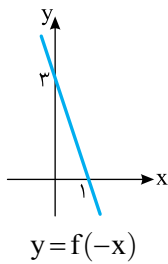


۲۳- گزینه ۱ ابتدا نمودار تابع $y=f(-x)$ را رسم می‌کنیم.

برای این کار، قرینه نمودار تابع f را نسبت به محور y رسم می‌کنیم. اکنون نمودار تابع $y=|f(-x)|$ را رسم می‌کنیم.

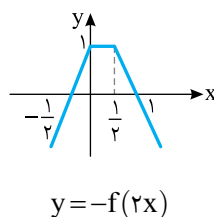
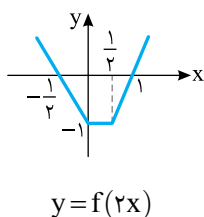
برای این کار، قرینه قسمتی از نمودار تابع $y=f(-x)$ را که زیر محور x است نسبت به محور x رسم می‌کنیم و قسمتی را که زیر محور x است حذف می‌کنیم.

در آخر، نمودار تابع $y=|f(-x)|$ را دو واحد به پایین منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=|f(-x)|-2$ به دست بیاید.

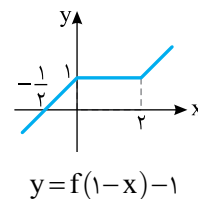
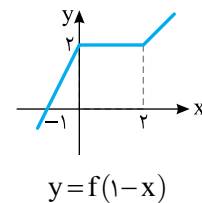
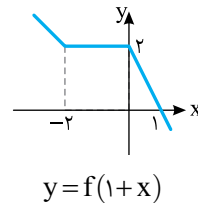


۲۴- گزینه ۲ ابتدا طول نقاط روی نمودار f را در $\frac{1}{4}$ ضرب می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(2x)$ به دست بیاید.

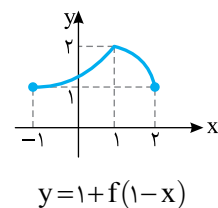
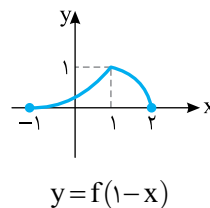
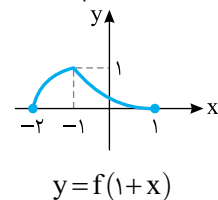
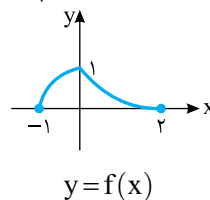
اکنون قرینه این نمودار را نسبت به محور x رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y=-f(2x)$ به دست بیاید.



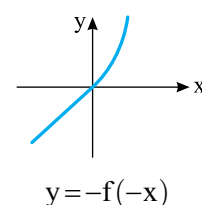
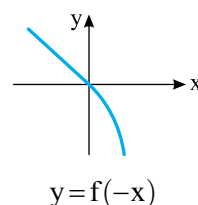
۲۰- گزینه ۳ ابتدا نمودار تابع f را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(1+x)$ به دست بیاید. اکنون اگر قرینه این نمودار را نسبت به محور y رسم کنیم، به نمودار تابع $y=f(1-x)$ می‌رسیم. در آخر، نمودار تابع $y=f(1-x)$ را یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y=f(1-x)-1$ به دست بیاید.



۲۱- گزینه ۴ ابتدا نمودار تابع f را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(1+x)$ رسم شود. اکنون نمودار این تابع را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(1-x)$ رسم شود. در آخر نمودار حاصل را یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=1+f(1-x)$ رسم شود.



۲۲- گزینه ۴ قرینه نمودار f را نسبت به محور y رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(-x)$ به دست بیاید. اکنون این نمودار را نسبت به محور x قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع $y=-f(-x)$ به دست بیاید.



۲۸- گزینه ۱ ابتدا توجه کنید که

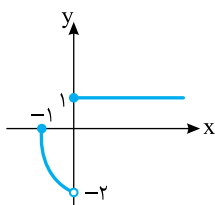
$$x \geq 0 \Rightarrow g(x) = -f(0)$$

$$x < 0 \Rightarrow g(x) = -f(2x)$$

پس

$$g(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -f(2x) & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

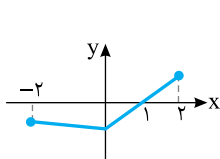
پس در بازه $[0, +\infty)$ باید نمودار تابع $y=1$ را رسم کنیم و در بازه $(-1, 0)$ باید ابتدا طول نمودار تابع f را نصف کنیم تا نمودار تابع $y=f(2x)$ رسم شود و سپس نمودار این قسمت را نسبت به محور x قرینه کنیم.



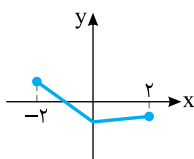
۲۹- گزینه ۲ اگر نمودار تابع $y=f(1-x)$ را نسبت به

محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y=f(1+x)$ به دست می‌آید و اگر طول نقاط این نمودار را نصف کنیم نمودار تابع $y=f(1+2x)$ به دست می‌آید. اگر این نمودار را یک واحد به سمت راست منتقل کنیم، نمودار تابع زیر به دست می‌آید:

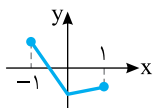
$$y = f(1+2(x-1)) = f(2x-1)$$



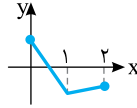
$$y = f(1-x)$$



$$y = f(x+1)$$



$$y = f(1+2x)$$



$$y = f(2x-1)$$

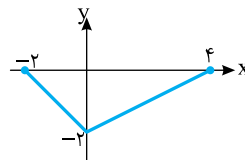
۳۰- گزینه ۳ اگر طول نقاط نمودار تابع $y = \frac{1}{2}f(\frac{x}{2})$ را نصف

و عرض آنها را دو برابر کنیم، نمودار تابع $y = 2(\frac{1}{2}f(\frac{2x}{2})) = f(x)$ به دست می‌آید. حال اگر این نمودار را یک واحد به سمت راست منتقل کنیم، نمودار تابع $y=f(x-1)$ به دست می‌آید.

۲۵- گزینه ۱ برای رسم نمودار تابع $y=2f(\frac{x}{2})$ باید در

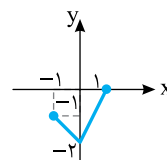
نمودار تابع f طول نقاط را بر $\frac{1}{2}$ تقسیم کنیم، یعنی در ۲ ضرب کنیم.

همچنین باید عرض نقاط را در ۲ ضرب کنیم.



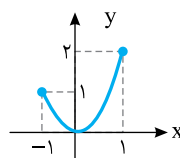
۲۶- گزینه ۳ برای رسم نمودار تابع $y=-\frac{1}{2}f(2x)$ باید

در نمودار تابع f طول نقاط را بر ۲ تقسیم کنیم و عرض نقاط را در $-\frac{1}{2}$ ضرب کنیم. بنابراین نمودار در راستای محور طول‌ها منقبض می‌شود و در راستای محور عرض‌ها علاوه بر اینکه منقبض می‌شود، نسبت به محور طول‌ها قرینه هم می‌شود.

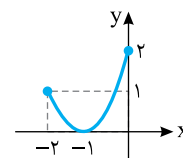


۲۷- گزینه ۳ برای رسم نمودار تابع $y=-f(\frac{x}{2}+1)$ ابتدا

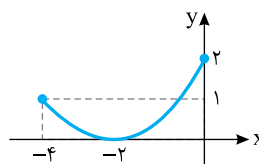
نمودار تابع $y=f(x)$ را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(x+1)$ به دست آید. سپس طول نقاط نمودار اخیر را بر $\frac{1}{2}$ تقسیم می‌کنیم (در ۲ ضرب می‌کنیم) تا نمودار تابع $y=f(\frac{x}{2}+1)$ رسم شود. در آخر نمودار به دست آمده را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع $y=-f(\frac{x}{2}+1)$ رسم شود.



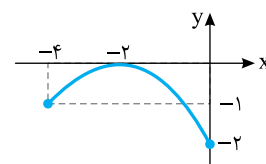
$$y = f(x)$$



$$y = f(x+1)$$

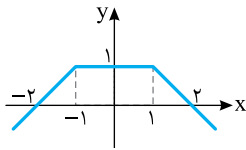


$$y = f(\frac{x}{2}+1)$$



$$y = -f(\frac{x}{2}+1)$$

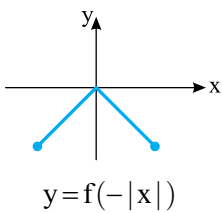
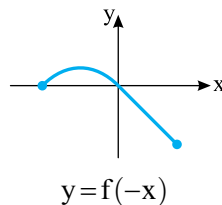
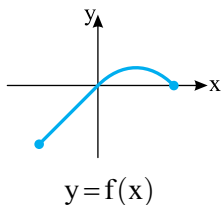
اکنون اگر قرینه این نمودار را نسبت به محور x رسم کنیم، نمودار $y = -f(|x|)$ به دست می آید:



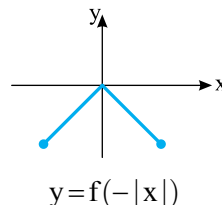
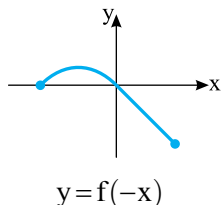
۳۵- گزینه ۱ راه حل اول ابتدا توجه کنید که

$$y = f(-|x|) = \begin{cases} f(-x) & x \geq 0 \\ f(x) & x \leq 0 \end{cases}$$

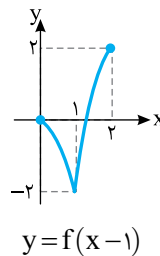
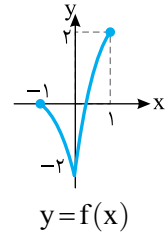
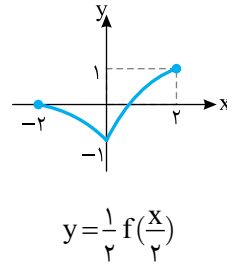
بنابراین کافی است که برای $x \geq 0$ نمودار تابع $y = f(-x)$ را که قرینه نمودار تابع f نسبت به محور عرض هاست، رسم کنیم و برای $x \leq 0$ نمودار تابع $y = f(x)$ را رسم کنیم.



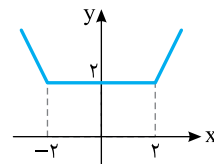
راه حل دوم ابتدا نمودار تابع f را نسبت به محور عرض ها قرینه می کنیم تا نمودار تابع $y = f(-x)$ به دست آید. سپس قسمتی از نمودار را که سمت چپ محور عرض ها قرار دارد حذف می کنیم و به جای آن قرینه قسمتی را که سمت راست محور عرض ها قرار دارد نسبت به این محور رسم می کنیم تا نمودار $y = f(-|x|)$ به دست آید.



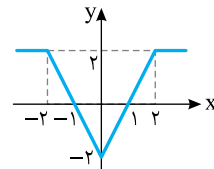
۳۶- گزینه ۱ ابتدا قسمتی از نمودار تابع f را که سمت چپ محور عرض ها قرار دارد حذف می کنیم و به جای آن قرینه قسمتی از نمودار را که سمت راست محور عرض ها قرار دارد، نسبت به محور عرض ها رسم می کنیم تا نمودار تابع $y = f(|x|)$ به دست آید. اکنون این نمودار را یک واحد به سمت راست منتقل می کنیم تا نمودار تابع $y = f(|x-1|)$ به دست آید.



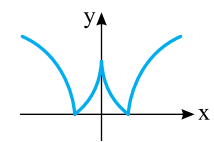
۳۱- گزینه ۴ برای رسم نمودار تابع $y = f(|x|)$ قسمتی از نمودار f را که در سمت چپ محور y است حذف می کنیم و قسمتی را که در سمت راست محور y است نسبت به محور y رسم می کنیم.



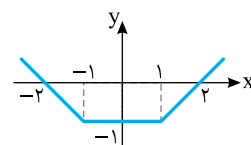
۳۲- گزینه ۳ برای رسم نمودار تابع $y = f(|x|)$ قسمتی از نمودار f را که سمت چپ محور y است حذف می کنیم و قرینه قسمتی را که سمت راست محور y است نسبت به محور y رسم می کنیم.

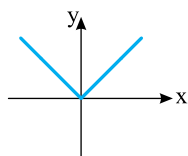


۳۳- گزینه ۲ برای رسم نمودار تابع $y = f(|x|)$ قسمتی از نمودار f را که در سمت چپ محور y است حذف می کنیم و قرینه قسمتی را که سمت راست محور y است نسبت به محور y رسم می کنیم.



۳۴- گزینه ۱ ابتدا قسمتی از نمودار را که در سمت چپ محور y است حذف می کنیم و قرینه قسمتی را که سمت راست محور y است نسبت به محور y رسم می کنیم تا نمودار $y = f(|x|)$ به دست بیاید:

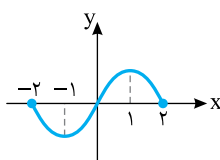




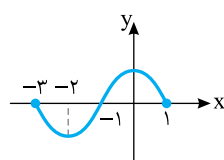
$$y = f(1 + |x|)$$

۳۹- گزینه ۲ نمودار تابع f را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(1+x)$ به دست آید. اکنون این نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(1-x)$ به دست آید.

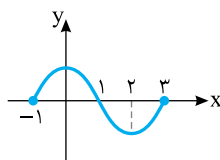
در نمودار اخیر قسمتی را که در سمت چپ محور عرض‌ها قرار دارد، حذف می‌کنیم و به جای آن قرینه قسمتی را که در سمت راست محور عرض‌ها قرار دارد نسبت به این محور رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(1-|x|)$ به دست آید.



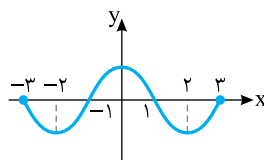
$$y = f(x)$$



$$y = f(1+x)$$

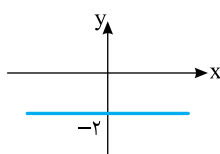


$$y = f(1-x)$$

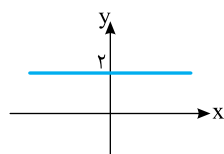


$$y = f(1-|x|)$$

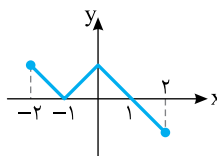
۴۰- گزینه ۱ ابتدا نمودار تابع $y = f(|x|)$ را رسم می‌کنیم. برای این کار، قسمتی از نمودار تابع f را که سمت چپ محور y است حذف می‌کنیم و قرینه قسمتی را که سمت راست محور y است نسبت به محور y رسم می‌کنیم. اکنون، برای رسم کردن نمودار تابع $y = |f(|x|)|$ ، قرینه قسمتی از نمودار تابع $y = f(|x|)$ را که زیر محور x است نسبت به محور x رسم می‌کنیم و قسمتی را که زیر محور x است حذف می‌کنیم.



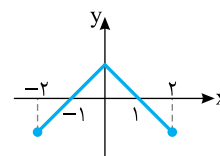
$$y = f(|x|)$$



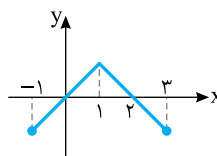
$$y = |f(|x|)|$$



$$y = f(x)$$

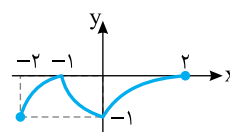


$$y = f(|x|)$$

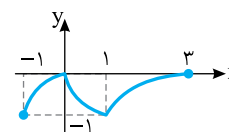


$$y = f(|x-1|)$$

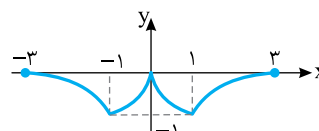
۳۷- گزینه ۳ ابتدا نمودار تابع f را یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(x-1)$ به دست آید. سپس قسمتی از این نمودار را که سمت چپ محور عرض‌ها قرار دارد حذف می‌کنیم و به جای آن قرینه قسمتی را که سمت راست محور عرض‌ها قرار دارد نسبت به این محور رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(|x-1|)$ به دست آید.



$$y = f(x)$$

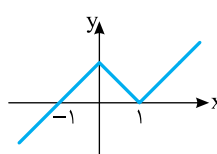


$$y = f(x-1)$$

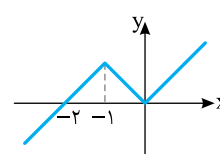


$$y = f(|x-1|)$$

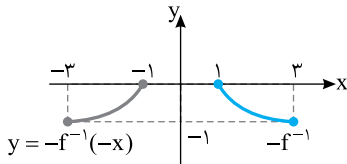
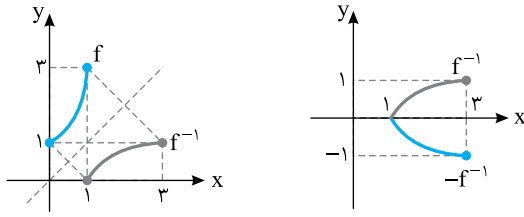
۳۸- گزینه ۴ ابتدا نمودار تابع f را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(1+x)$ به دست آید. اکنون در نمودار به دست آمده قسمت‌هایی را که سمت چپ محور عرض‌ها قرار دارند حذف می‌کنیم و به جای آن قرینه قسمت‌هایی از نمودار را که سمت راست محور عرض‌ها قرار دارد نسبت به این محور رسم می‌کنیم. به این ترتیب نمودار تابع $y = f(1+|x|)$ رسم می‌شود.



$$y = f(x)$$

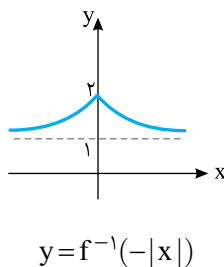
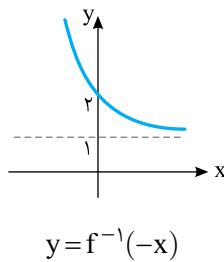
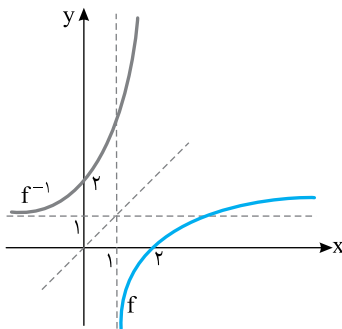


$$y = f(1+x)$$



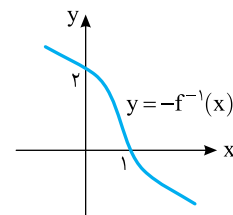
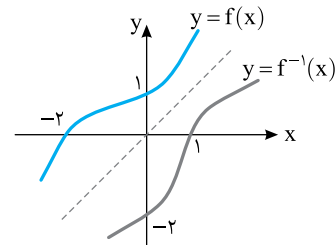
۴۴- گزینه ۴ ابتدا قرینه نمودار تابع f را نسبت به خط

$y=x$ رسم می‌کنیم تا نمودار تابع f^{-1} به دست بیاید. سپس قرینه تابع f^{-1} را نسبت به محور y رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f^{-1}(-x)$ به دست بیاید. اکنون اگر قسمتی از این نمودار را که سمت چپ محور y است حذف کنیم و قرینه قسمتی را که سمت راست محور y است نسبت به محور y رسم کنیم، نمودار تابع $y=f^{-1}(-|x|)$ به دست می‌آید.



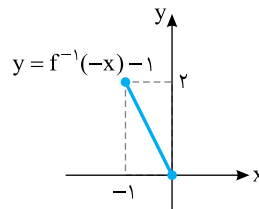
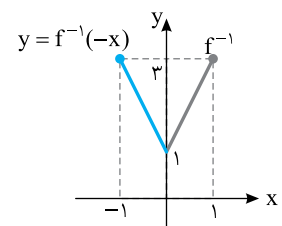
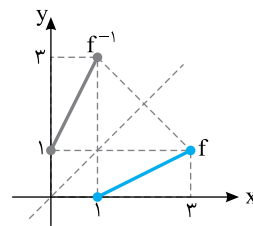
۴۱- گزینه ۱ ابتدا نمودار تابع f^{-1} را رسم می‌کنیم. برای

این کار باید قرینه نمودار f را نسبت به خط $y=x$ رسم کنیم. سپس نمودار تابع f^{-1} را رسم می‌کنیم. برای این کار باید قرینه نمودار تابع f^{-1} را نسبت به محور x رسم کنیم.



۴۲- گزینه ۴ ابتدا قرینه نمودار تابع f را نسبت به خط

$y=x$ رسم می‌کنیم تا نمودار تابع f^{-1} به دست بیاید. سپس قرینه نمودار تابع f^{-1} را نسبت به محور y پیدا می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f^{-1}(-x)$ به دست بیاید. در آخر نمودار تابع $y=f^{-1}(-x)$ را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f^{-1}(-x)-1$ به دست بیاید.



۴۳- گزینه ۱ ابتدا قرینه نمودار تابع f را نسبت به خط

$y=x$ رسم می‌کنیم تا نمودار تابع f^{-1} به دست بیاید. سپس قرینه این نمودار را نسبت به محور x رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $-f^{-1}$ به دست بیاید. در آخر، قرینه تابع $-f^{-1}$ را نسبت به محور y رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y=-f^{-1}(-x)$ به دست بیاید.

اگر طول نقاط این نمودار را نصف کنیم، نمودار تابع $y = 2f(3(2x) - 3) + 2$ رسم می‌شود و اگر عرض نقاط این نمودار را نصف کنیم، نمودار تابع $y = \frac{1}{2}(2f(6x - 3) + 2)$ رسم می‌شود. بنابراین ضابطه تابعی که نمودار آن رسم شده به صورت $y = f(6x - 3) + 1$ است.

۵۰- گزینه ۲ اگر نمودار تابع $y = \sqrt{-x}$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = \sqrt{-(x+1)} = \sqrt{-x-1}$ به دست می‌آید. اگر نمودار به دست آمده را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = \sqrt{x-1}$ به دست می‌آید و اگر این نمودار را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = \sqrt{(x+1)-1} = \sqrt{x}$ به دست می‌آید.

۵۱- گزینه ۱ اگر نمودار تابع $y = \sqrt{|x|}$ را یک واحد به راست منتقل کنیم، نمودار تابع $y = \sqrt{|x-1|}$ به دست می‌آید. اگر این نمودار را هم یک واحد به بالا منتقل کنیم، نمودار تابع $y = \sqrt{|x-1|} + 1$ به دست می‌آید. اگر نمودار اخیر را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = \sqrt{|-x-1|} + 1$ به دست می‌آید. پس ضابطه تابعی که نمودار آن رسم شده به صورت $y = \sqrt{|x+1|} + 1$ است.

۵۲- گزینه ۳ اگر نمودار تابع $y = \cos(2x-1) + 1$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع زیر به دست می‌آید:

$$y = \cos(-2x-1) + 1 = \cos(2x+1) + 1$$

اگر این نمودار را یک واحد به سمت چپ منتقل کنیم، نمودار تابع زیر به دست می‌آید:

$$y = \cos(2(x+1) + 1) + 1 = \cos(2x+3) + 1$$

و اگر عرض نقاط این نمودار را دو برابر کنیم، نمودار تابع زیر به دست می‌آید:

$$y = 2(\cos(2x+3) + 1) = 2\cos(2x+3) + 2$$

۵۳- گزینه ۴ اگر نمودار تابع $y = 2|x-1| - 4$ را نسبت به محور طول‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = -2|x-1| + 4$ به دست می‌آید. اگر طول نقاط این نمودار را نصف کنیم، نمودار تابع $y = -2|2x-1| + 4$ به دست می‌آید و اگر عرض نقاط این نمودار را نصف کنیم، نمودار تابع $y = -|2x-1| + 2$ به دست می‌آید. با یک واحد انتقال دادن این نمودار به سمت پایین نمودار تابع $y = -|2x-1| + 1$ خواهد آمد.

۴۵- گزینه ۴ اگر نمودار تابع f را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آید و اگر این نمودار را یک واحد به سمت راست منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(-(x-1))$ به دست می‌آید. پس نمودار نهایی نمودار تابع $y = f(1-x)$ است.

۴۶- گزینه ۴ اگر طول نقاط نمودار تابع f را دو برابر کنیم، نمودار تابع $y = f(\frac{x}{2})$ به دست می‌آید. اگر نمودار به دست آمده را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(\frac{x+1}{2})$ به دست می‌آید. پس نمودار رسم شده متعلق به تابع $y = f(\frac{x}{2} + \frac{1}{2})$ است.

۴۷- گزینه ۱ اگر طول نقاط روی نمودار تابع f را نصف کنیم، نمودار تابع $y = f(2x)$ رسم می‌شود و اگر عرض نقاط این نمودار را دو برابر کنیم، نمودار تابع $y = 2f(2x)$ رسم می‌شود. اگر نمودار اخیر را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = 2f(2(x+1))$ رسم می‌شود. پس اکنون نمودار تابع $y = 2f(2x+2)$ به دست آمده است که اگر آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = 2f(-2x+2)$ به دست می‌آید.

۴۸- گزینه ۱ اگر نمودار تابع $y = f(1-x)$ را یک واحد به پایین منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(1-x) - 1$ به دست می‌آید. اگر این نمودار را یک واحد به راست منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(1-(x-1)) - 1 = f(2-x) - 1$ به دست آمده را نسبت به محور طول‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = -f(2-x) + 1$ به دست می‌آید و اگر این نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = -f(2+x) + 1$ به دست می‌آید. اکنون اگر طول نقاط روی نمودار را نصف کنیم، نمودار تابع $y = -f(2+2x) + 1$ به دست می‌آید.

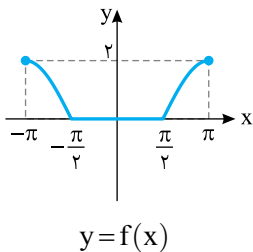
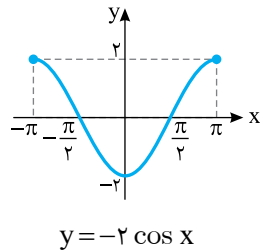
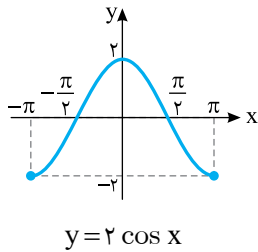
۴۹- گزینه ۳ اگر نمودار تابع $y = 2f(3x)$ را یک واحد به سمت راست منتقل کنیم، نمودار تابع زیر به دست می‌آید:

$$y = 2f(3(x-1)) = 2f(3x-3)$$

اگر این نمودار را دو واحد به بالا منتقل کنیم، نمودار تابع $y = 2f(3x-3) + 2$ به دست می‌آید.

بنابراین، برای رسم کردن نمودار تابع f کافی است روی بازه‌های $[-\pi, -\frac{\pi}{2}]$ و $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y = \cos x$ را دو برابر کنیم.

سپس قرینه نمودار به دست آمده را نسبت به محور x رسم کنیم. نمودار تابع f روی بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ خط $y=0$ است.

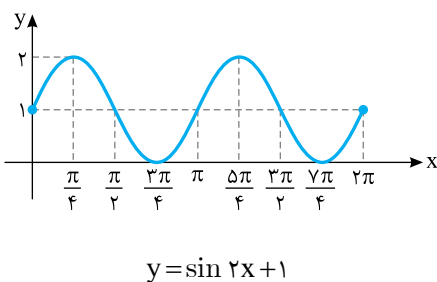
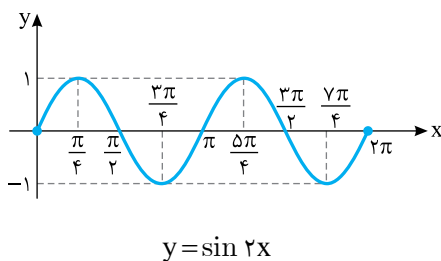


۵۷- گزینه ۱ ابتدا طول هر نقطه روی نمودار تابع

$y = \sin x$ روی بازه $[0, 4\pi]$ را ضرب در $\frac{1}{4}$ می‌کنیم تا

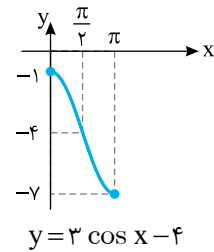
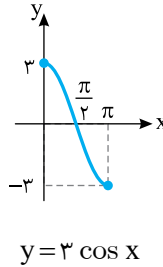
نمودار تابع $y = \sin 2x$ روی بازه $[0, 2\pi]$ به دست بیاید.

سپس، این نمودار را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع f به دست بیاید.



۵۴- گزینه ۱ باید عرض نقاط روی نمودار تابع $y = \cos x$

روی بازه $[0, \pi]$ را ۳ برابر کنیم تا نمودار تابع $y = 3 \cos x$ به دست بیاید، بعد این نمودار را ۴ واحد به سمت پایین انتقال دهیم تا نمودار تابع $y = 3 \cos x - 4$ به دست بیاید.



۵۵- گزینه ۴ ابتدا عرض هر نقطه روی نمودار تابع

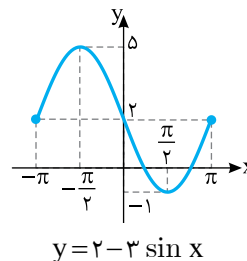
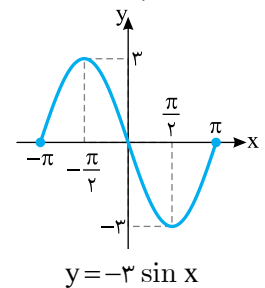
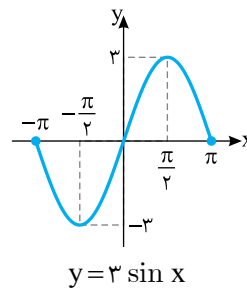
$y = \sin x$ روی بازه $[-\pi, \pi]$ را ۳ برابر می‌کنیم تا نمودار تابع

$y = 3 \sin x$ به دست بیاید. سپس، قرینه این نمودار را نسبت

به محور x رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y = -3 \sin x$ به دست

بیاید. در آخر، نمودار تابع $y = -3 \sin x$ را ۲ واحد به بالا

انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = 2 - 3 \sin x$ به دست بیاید.



۵۶- گزینه ۲ توجه کنید که

$$f(x) = \begin{cases} -\cos x - \cos x & -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2} \\ \cos x - \cos x & -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2} \\ -\cos x - \cos x & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$$

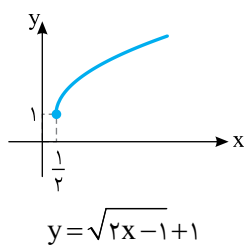
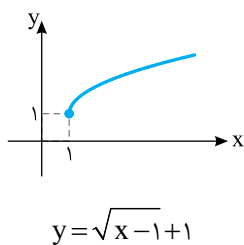
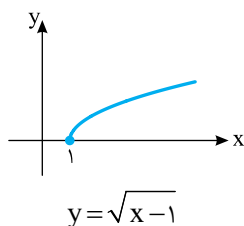
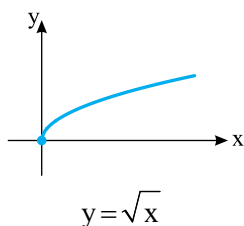
$$= \begin{cases} -2 \cos x & -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2} \\ 0 & -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2} \\ -2 \cos x & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$$

۶۰- گزینه ۱ ابتدا نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را رسم می‌کنیم.

سپس این نمودار را یک واحد به سمت راست و یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع زیر به دست آید:

$$y = \sqrt{x-1} + 1$$

اکنون طول نقاط روی نمودار را نصف می‌کنیم تا نمودار تابع $y = \sqrt{2x-1} + 1$ به دست آید.



۶۱- گزینه ۳ ابتدا ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = \frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$$

اکنون نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را رسم می‌کنیم و یک واحد به سمت

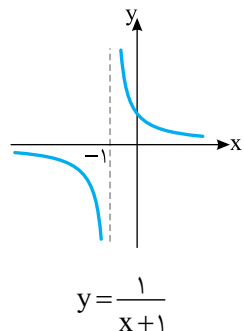
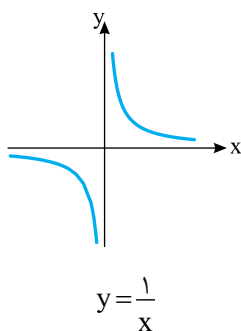
چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = \frac{1}{x+1}$ به دست آید. این

نمودار را نسبت به محور طول‌ها، قرینه می‌کنیم و عرض نقاط

آن را دو برابر می‌کنیم تا نمودار تابع $y = \frac{-2}{x+1}$ به دست آید.

نمودار اخیر را یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع

$$y = 1 - \frac{2}{x+1}$$



۵۸- گزینه ۳ توجه کنید که

$$f(x) = \begin{cases} \sin(2x+x) & -\frac{\pi}{3} \leq x < 0 \\ \sin(2x-x) & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \sin 3x & -\frac{\pi}{3} \leq x < 0 \\ \sin x & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

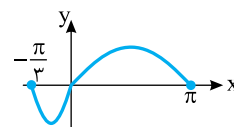
بنابراین روی بازه $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ باید نمودار $y = \sin 3x$ را رسم

کنیم. برای این کار، طول هر نقطه روی نمودار تابع $y = \sin x$

در بازه $(-\pi, 0)$ را در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم تا نمودار $y = \sin 3x$

به دست بیاید. نمودار f روی بازه $[0, \pi]$ همان نمودار تابع

$y = \sin x$ روی این بازه است.



۵۹- گزینه ۱ ابتدا نمودار تابع $y = \sin 2x$ را روی بازه

$[0, \pi]$ رسم می‌کنیم. برای این کار، طول هر نقطه روی نمودار

تابع $y = \sin 2x$ روی بازه $[0, 2\pi]$ را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم.

سپس عرض هر نقطه روی نمودار به دست آمده را در ۲ ضرب

می‌کنیم تا نمودار تابع $y = 2 \sin 2x$ روی بازه $[0, \pi]$ به دست

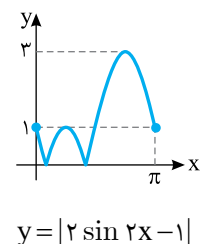
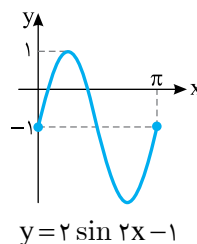
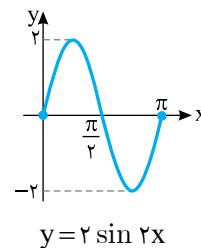
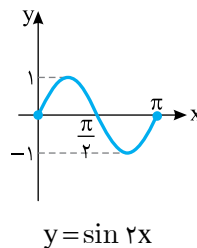
بیاید. اکنون اگر این نمودار را یک واحد به پایین انتقال دهیم،

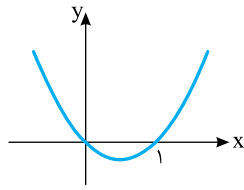
نمودار تابع $y = 2 \sin 2x - 1$ روی بازه $[0, \pi]$ به دست می‌آید.

در آخر قرینه قسمتی از این نمودار را که زیر محور x است

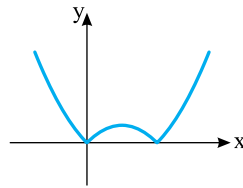
نسبت به محور x رسم می‌کنیم و قسمتی را که زیر محور x

است حذف می‌کنیم.





$$y = x^2 - x$$

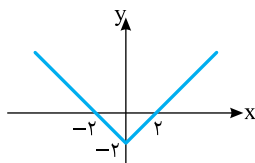


$$y = |x^2 - x|$$

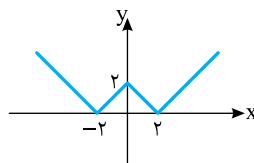
۶۴- گزینه ۲ ابتدا نمودار تابع $y = |x|$ را ۲ واحد به پایین

انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = |x| - 2$ به دست بیاید. سپس قرینه

قسمتی از این نمودار را که زیر محور x است نسبت به محور x رسم می‌کنیم و قسمتی را که زیر محور x است حذف می‌کنیم.



$$y = |x| - 2$$



$$y = ||x| - 2|$$

۶۵- گزینه ۳ ابتدا نمودار تابع $y = x^2$ را یک واحد به

پایین انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = x^2 - 1$ به دست بیاید.

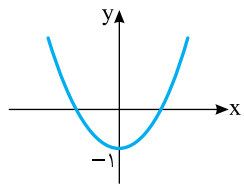
سپس قرینه قسمتی از این نمودار را که زیر محور x است نسبت به محور x رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y = |x^2 - 1|$

به دست بیاید. اکنون این نمودار را یک واحد به پایین انتقال

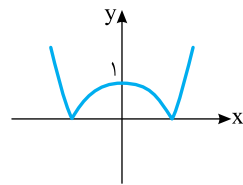
می‌دهیم تا نمودار تابع $y = |x^2 - 1| - 1$ رسم شود.

در آخر، قرینه قسمتی از این نمودار را که زیر محور x است نسبت به محور x رسم می‌کنیم و قسمتی را که زیر محور x

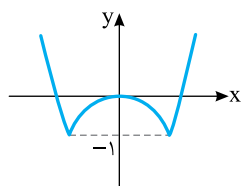
است حذف می‌کنیم.



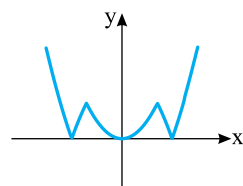
$$y = x^2 - 1$$



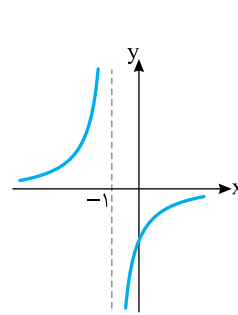
$$y = |x^2 - 1|$$



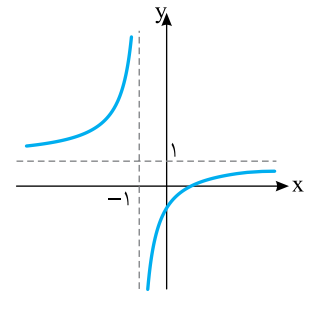
$$y = |x^2 - 1| - 1$$



$$y = ||x^2 - 1| - 1|$$



$$y = -\frac{2}{x+1}$$



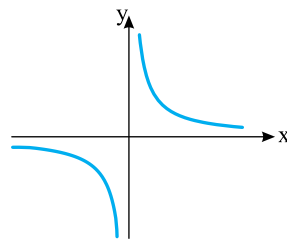
$$y = 1 - \frac{2}{x+1}$$

۶۲- گزینه ۱ ابتدا نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را رسم می‌کنیم. اگر

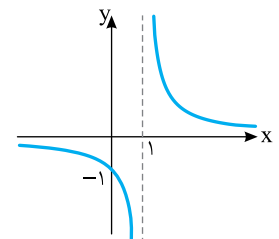
این نمودار را یک واحد به راست منتقل کنیم، نمودار تابع $y = \frac{1}{x-1}$ به دست می‌آید. اگر طول نقاط این نمودار را نصف کنیم

نمودار تابع $y = \frac{1}{2x-1}$ به دست می‌آید و اگر عرض نقاط نمودار

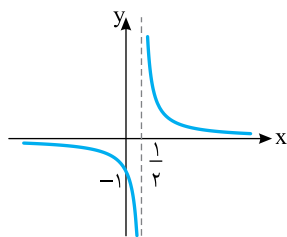
آخر را دو برابر کنیم، نمودار تابع $y = \frac{2}{2x-1}$ به دست می‌آید.



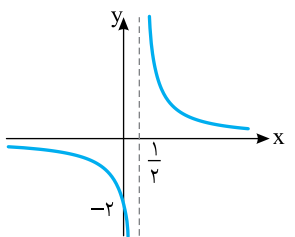
$$y = \frac{1}{x}$$



$$y = \frac{1}{x-1}$$



$$y = \frac{1}{2x-1}$$



$$y = \frac{2}{2x-1}$$

۶۳- گزینه ۱ توجه کنید که

$$f(x) = |x||x-1| = |x(x-1)| = |x^2 - x|$$

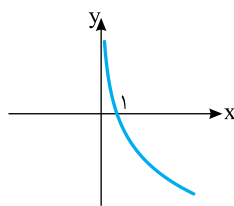
بنابراین، ابتدا نمودار تابع زیر را رسم می‌کنیم:

$$y = x^2 - x$$

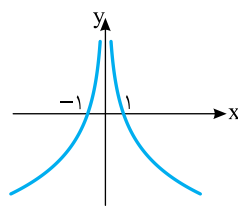
سپس، قرینه قسمتی از این نمودار را که زیر محور x است

نسبت به محور x رسم می‌کنیم و قسمتی را که زیر محور x

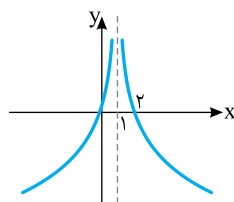
است حذف می‌کنیم.



$$y = \log_{0.5} x$$



$$y = \log_{0.5} |x|$$



$$y = \log_{0.5} |x-1|$$

توجه کنید که

$$f(x) = x^2 - 4|x| + 3 = |x|^2 - 4|x| + 3$$

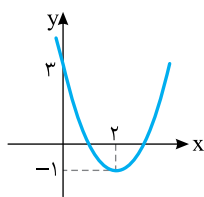
پس اگر فرض کنیم

$$g(x) = x^2 - 4x + 3$$

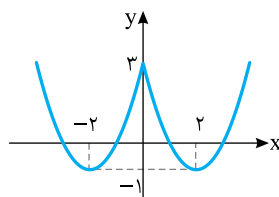
آن گاه

$$f(x) = g(|x|)$$

به این ترتیب، کافی است نمودار $y = g(|x|)$ را رسم کنیم. برای این کار، ابتدا نمودار g را رسم می‌کنیم، سپس قسمتی از این نمودار را که سمت چپ محور y است حذف می‌کنیم و قرینه قسمتی از این نمودار را که سمت راست محور y است نسبت به محور y رسم می‌کنیم.

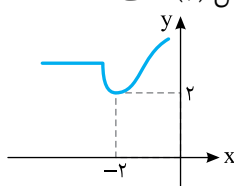


$$y = g(x) = (x-2)^2 - 1$$

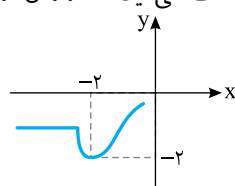


$$y = g(|x|)$$

۷۰- گزینه ۱ اگر نمودار تابع f را نسبت به محور y قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آید. اکنون اگر این نمودار را ۴ واحد به پایین انتقال دهیم، نمودار تابع $y = f(-x) - 4$ به دست می‌آید، که همان نمودار شکل (۲) است.

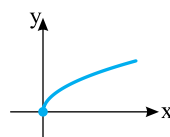


$$y = f(-x)$$

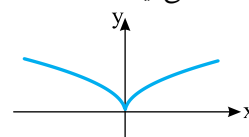


$$y = f(-x) - 4$$

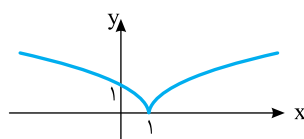
۶۶- گزینه ۱ ابتدا نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را رسم می‌کنیم. اکنون قرینه نمودار نسبت به محور عرض‌ها را به آن اضافه می‌کنیم تا نمودار تابع $y = \sqrt{|x|}$ به دست آید. اگر این نمودار را یک واحد به راست منتقل کنیم، نمودار تابع $y = \sqrt{|x-1|}$ به دست می‌آید.



$$y = \sqrt{x}$$

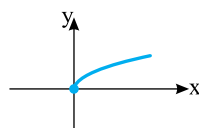


$$y = \sqrt{|x|}$$

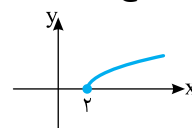


$$y = \sqrt{|x-1|}$$

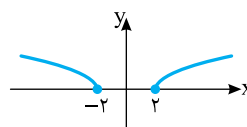
۶۷- گزینه ۲ نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را رسم می‌کنیم و آن را دو واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = \sqrt{x-2}$ به دست آید. اکنون با توجه به اینکه تمام این نمودار سمت راست محور عرض‌ها قرار دارد، کافی است قرینه آن نسبت به محور عرض‌ها را هم به نمودار اضافه کنیم تا نمودار تابع $y = \sqrt{|x|-2}$ به دست آید.



$$y = \sqrt{x}$$



$$y = \sqrt{x-2}$$



$$y = \sqrt{|x|-2}$$

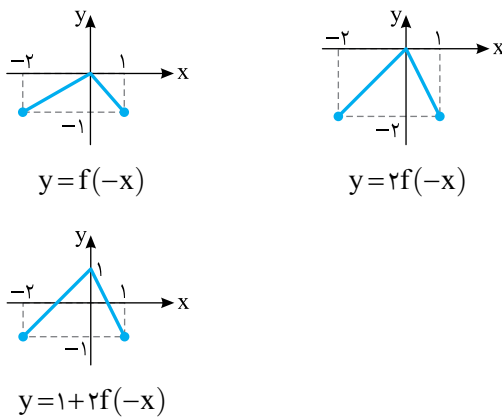
۶۸- گزینه ۱ ابتدا توجه کنید که

$$f(x) = \log_{0.5}(x-1)^2 = \log_{0.5} |x-1|^2 = 2 \log_{0.5} |x-1|$$

پس ابتدا نمودار تابع $y = \log_{0.5} x$ را رسم می‌کنیم. سپس قرینه نمودار نسبت به محور عرض‌ها را نیز به آن اضافه می‌کنیم تا نمودار $y = \log_{0.5} |x|$ به دست آید (توجه کنید که در نمودار تابع $y = \log_{0.5} x$ هیچ قسمتی سمت چپ محور عرض‌ها قرار ندارد). اکنون نمودار به دست آمده را یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = \log_{0.5} |x-1|$ به دست آید.

راه حل دوم کافی است توجه کنیم نموداری که در شکل (۲) رسم شده است پایین محور طول‌ها قرار ندارد. پس نمی‌تواند متعلق به توابع $y = -f(x)$ و $y = -f(-x)$ باشد زیرا مقادیر این توابع می‌توانند منفی باشند. برای تابع $y = |f(x)|$ هم توجه کنید که $f(1) = 0$ و در نتیجه $|f(1)| = 0$. پس نمودار این تابع باید از نقطه $(1, 0)$ عبور کند که در شکل (۲) چنین نیست.

گزینه ۲ - ۷۵ - راه حل اول اگر نمودار تابع f را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آید. اگر عرض نقاط نمودار به دست آمده را دو برابر کنیم، نمودار تابع $y = 2f(-x)$ به دست می‌آید. نمودار اخیر را یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = 1 + 2f(-x)$ به دست آید که به صورت شکل (۲) خواهد بود.



راه حل دوم ابتدا توجه کنید که $f(-1) = f(2) = -1$. اگر شکل (۲) مربوط به تابع g باشد، آن گاه $g(-2) = g(1) = -1$. از طرف دیگر،

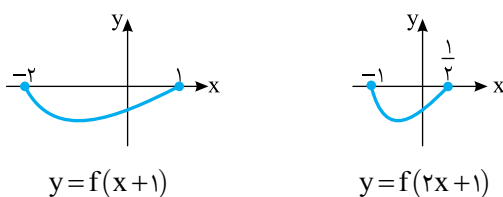
$$g(x) = 1 + 2f(-x)$$

$$g(-2) = 1 + 2f(2) = 1 - 2 = -1$$

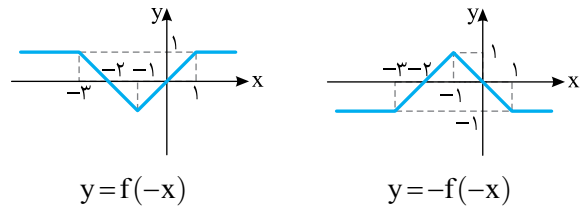
$$g(1) = 1 + 2f(-1) = 1 - 2 = -1$$

بنابراین شکل (۲) متعلق به تابع $g(x) = 1 + 2f(-x)$ است.

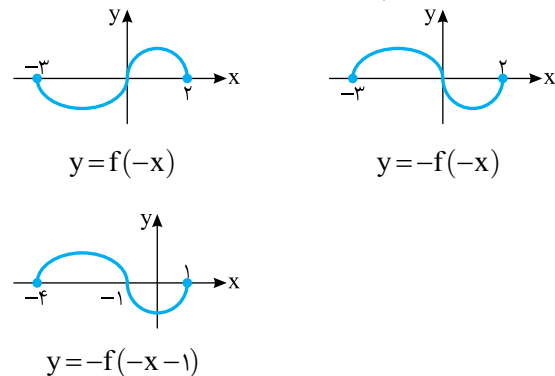
گزینه ۲ - ۷۶ - راه حل اول اگر نمودار تابع f را یک واحد به چپ منتقل کنیم نمودار تابع $y = f(x+1)$ رسم می‌شود. اکنون اگر در این نمودار طول نقاط را بر ۲ تقسیم کنیم، نمودار تابع $y = f(2x+1)$ به دست می‌آید که به صورت شکل (۲) است.



گزینه ۳ - ۷۱ اگر نمودار تابع f را نسبت به محور y قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آید. اگر این نمودار را نسبت به محور x قرینه کنیم، نمودار تابع $y = -f(-x)$ به دست می‌آید، که همان نمودار شکل (۲) است.

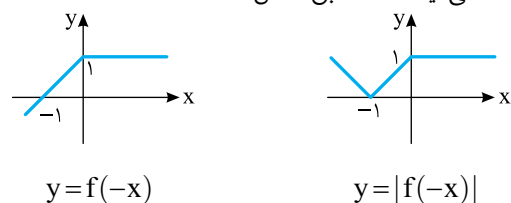


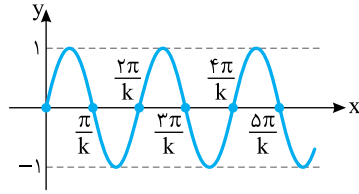
گزینه ۴ - ۷۲ اگر نمودار تابع f را نسبت به محور y قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آید. اگر این نمودار را نسبت به محور x قرینه کنیم، نمودار تابع $y = -f(-x)$ به دست می‌آید. اکنون اگر این نمودار را یک واحد به سمت چپ انتقال دهیم، نمودار تابع $y = -f(-(x+1))$ به دست می‌آید، که همان نمودار شکل (۲) است.



گزینه ۱ - ۷۳ طول و عرض نقاط روی شکل (۲) دو برابر طول و عرض نقاط روی شکل (۱) هستند، پس شکل (۲) نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x}{2}\right)$ است.

گزینه ۴ - ۷۴ - راه حل اول اگر نمودار تابع f را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آید و اگر قسمتی از نمودار به دست آمده را که زیر محور طول‌ها قرار دارد حذف و به جای آن قرینه همان قسمت را نسبت به محور طول‌ها رسم کنیم، نمودار تابع $y = |f(-x)|$ به دست می‌آید که مطابق شکل (۲) است.

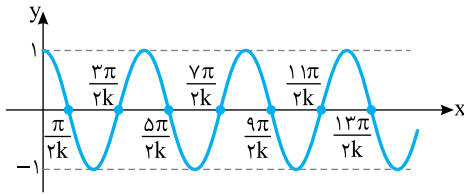




۸۰- گزینه ۴ نمودار تابع به شکل زیر است. کافی است

نمودار با محور طول‌ها شش عدد باشد. بنابراین

$$11 \leq 6k < 13 \Rightarrow \frac{11}{6} \leq k < \frac{13}{6}$$



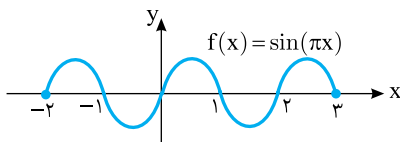
۸۱- گزینه ۱ به تساوی $|f(x)| = (-1)^x f(x)$ در فاصله

$0 \leq x < 2$ توجه کنید:

$$\begin{cases} 0 \leq x < 1: |f(x)| = (-1)^0 f(x) \Rightarrow |f(x)| = f(x) \\ 1 \leq x < 2: |f(x)| = (-1)^1 f(x) \Rightarrow |f(x)| = -f(x) \end{cases}$$

پس به ازای $0 \leq x < 1$ ، $f(x) \geq 0$ و به ازای $1 \leq x < 2$ ، $f(x) \leq 0$.

که در میان گزینه‌ها $f(x) = \sin(\pi x)$ این گونه است.



۸۲- گزینه ۲ نمودار اولیه و نمودار انتقال یافته را در یک

دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. طول نقطه برخورد نمودارها

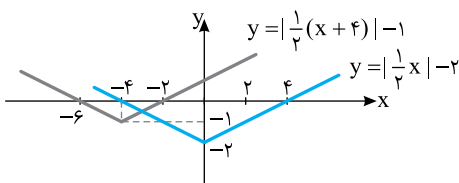
جواب معادله زیر است:

$$\left| \frac{1}{2}(x+4) \right| - 1 = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2 \quad (۱)$$

توجه کنید که $x+4$ مثبت است. بنابراین معادله (۱)

می‌شود

$$\frac{1}{2}(x+4) - 1 = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow x = -3$$



راه‌حل دوم ابتدا توجه کنید که $f(2) = f(-1) = 0$. همچنین اگر

نمودار تابع g به صورت شکل (۲) باشد، آن‌گاه $g(-1) = g(\frac{1}{2}) = 0$.

از طرف دیگر،

$$g(x) = f(2x+1)$$

$$g(-1) = f(-1) = 0$$

$$g(\frac{1}{2}) = f(2) = 0$$

بنابراین نمودار تابع $g(x) = f(2x+1)$ به صورت شکل (۲) است.

۷۷- گزینه ۱ اگر قسمتی از نمودار تابع f را که سمت چپ

محور عرض‌ها قرار دارد حذف کنیم و به جای آن قرینه

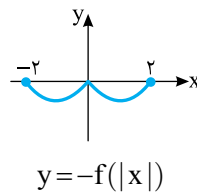
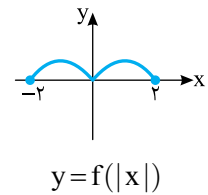
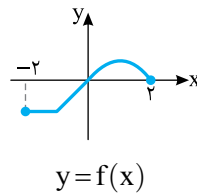
قسمتی را که سمت راست محور عرض‌ها قرار دارد نسبت به

محور عرض‌ها رسم کنیم، نمودار تابع $y = f(|x|)$ به دست

می‌آید. اکنون اگر قرینه این نمودار را نسبت به محور طول‌ها

رسم کنیم، نمودار تابع $y = -f(|x|)$ به دست می‌آید که به

صورت شکل (۲) است.



۷۸- گزینه ۳ حداقل مقدار تابع برابر ۳- است. حداقل

مقدار توابع

$$y = 3 \sin(2x) - 1$$

$$y = -(2 + \sqrt{2}) \cos 3x + \sqrt{2} + 1$$

$$y = -2 \cos(3x) + 1$$

به ترتیب برابر ۴-، ۱- و ۱- است. پس این توابع جواب نیستند.

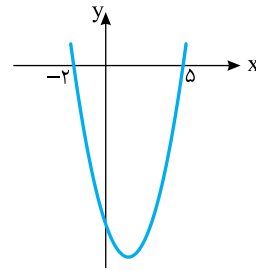
نمودار تابع $y = 2 \sin(2x) - 1$ مطابق شکل داده شده است.

۷۹- گزینه ۴ مطابق شکل باید $\frac{4\pi}{k} \leq 2\pi < \frac{5\pi}{k}$ تا نمودار

پنج بار محور طول‌ها را روی بازه $[0, 2\pi]$ قطع کند. بنابراین

$$4 \leq 2k < 5 \Rightarrow 2 \leq k < \frac{5}{2}$$

۸۳- گزینه ۳ طول نقاط تلاقی نمودار تابع مورد نظر با محور x جواب‌های معادله $x^2 - 3x - 10 = 0$ هستند. جواب‌های این معادله $x = -2$ و $x = 5$ هستند. بنابراین نمودار تابع مورد نظر به صورت زیر است. از روی این شکل معلوم است که باید نمودار تابع را حداقل ۲ واحد به طرف x ‌های مثبت انتقال دهیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور x غیر منفی باشد.



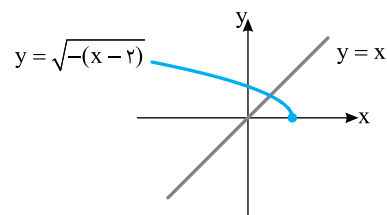
۸۴- گزینه ۳ قرینه نمودار تابع f نسبت به محور y ، نمودار تابع $y = f(-x)$ ، یعنی $y = \sqrt{-x}$ است. اگر این نمودار را ۲ واحد به طرف x ‌های مثبت، یعنی ۲ واحد به سمت راست انتقال دهیم، نمودار تابع $y = \sqrt{-(x-2)}$ به دست می‌آید. طول محل برخورد این نمودار با نیمساز ناحیه‌های اول و سوم جواب معادله زیر است:

$$\sqrt{-(x-2)} = x \Rightarrow -(x-2) = x^2$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

$$x = 1, x = -2$$

چون x غیر منفی است، پس $x = 1$.



۸۵- گزینه ۱ ابتدا توجه کنید که چون نمودار تابع از نقطه $(0, 0)$ گذشته است، پس

$$0 = a + b \cos(0) = a + b \quad (1)$$

از طرف دیگر، چون تابع کسینوس در نزدیکی راست نقطه $x = 0$ نزولی است، اما تابع مورد نظر در نزدیکی راست نقطه $x = 0$ صعودی است، پس b عددی منفی است. در نتیجه،

چون بیشترین مقدار تابع مورد نظر برابر ۴ است، پس

$$4 = a - b \quad (2)$$

از تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود $b = -2$.