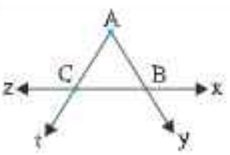
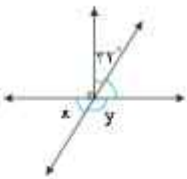
آزمون شماره ۴ صفحهٔ درسنامه: ۴۷	فصل ۴ ریاضی هفتم- دی ماه (طبقه‌بندی شده)	هشتگ امتحان	مدت زمان: ۹۰ دقیقه تعداد سؤال: ۱۷

ردیف		نمره
درست نادرست ۱	نمی‌توان یک مثلث با دو زاویهٔ قائمه رسم کرد. (جعفرمحال و بختیاری - هیئت امنای آیت‌الله کاشانی - خرداد ۹۸) ○ درست ○ نادرست	۰/۲۵
۲	متمم هر زاویهٔ تند از خودش کوچک‌تر است. ○ درست ○ نادرست	۰/۲۵
۳	همهٔ چهارضلعی‌ها با هم هم‌نهشت هستند. ○ درست ○ نادرست	۰/۲۵
جای خالی ۴	با ۱۰ نقطهٔ متمایز روی یک خط راست تعداد ..... پاره‌خط به‌وجود می‌آید. (جعفرمحال و بختیاری - هیئت امنای آیت‌الله کاشانی - خرداد ۹۸)	۰/۵
۵	چندضلعی‌هایی که هیچ زاویه بزرگ‌تر از ۱۸۰ درجه ندارند، ..... نامیده می‌شوند. (اصفهان - مدرسهٔ رضوی - خرداد ۹۸)	۰/۵
چهار گزینه‌ای ۶	با توجه به شکل زیر پاره‌خط $\overline{AD}$ از ۳ قسمت مساوی تشکیل شده است، عدد مناسب در تساوی $\overline{AB} = \overline{AD}$ ..... کدام گزینه است؟ (اهواز - مدرسهٔ امید انقلاب - خرداد ۹۸) A B C D الف) ۳ ب) ۱ ج) $\frac{۱}{۲}$ د) $\frac{۱}{۳}$	۱
۷	اگر $\overline{AB} < \overline{CD}$ و $\overline{CD} = \overline{EF}$ باشد، آن‌گاه: (جعفرمحال و بختیاری - هیئت امنای آیت‌الله کاشانی - خرداد ۹۸) الف) $\overline{AB} < \overline{EF}$ ب) $\overline{AB} = \overline{EF}$ ج) $\overline{AB} > \overline{EF}$ د) $\overline{AB} = ۲\overline{EF}$	۱
۸	دو زاویه متمم یکدیگرند. اگر اختلاف آن‌ها ۲۰ درجه باشد، اندازه زاویه بزرگ‌تر چند درجه است؟ (اهواز - تیزهوشان شهید محتشمی (۲) - اردیبهشت ۹۸) الف) ۳۵ ب) ۵۵ ج) ۶۵ د) ۱۰۰	۱
۹	در کدام تبدیل هندسی جهت و اندازهٔ شکل تغییر نمی‌کند؟ (قائمشهر - مدرسهٔ امام خمینی - خرداد ۹۸) الف) تقارن مرکزی ب) دوران ج) تقارن محوری د) انتقال	۱
۱۰	اگر یک شکل را ..... بار در جهت عقربه‌های ساعت دوران ..... درجه بدهیم، شکل حاصل بر شکل اولیه منطبق می‌شود. (از راست به چپ) الف) ۳ - ۹۰ ب) ۲ - ۱۸۰ ج) ۲ - ۹۰ د) ۳ - ۱۸۰	۱
پاسخ بلند ۱۱	با توجه به شکل نام یک نیم‌خط را بنویسید. (اصفهان - مدرسهٔ شهید اکبر فیروزی - خرداد ۹۸) نیم خط : ..... 	۰/۵
۱۲	نقطهٔ C وسط پاره‌خط AB، نقطهٔ D وسط پاره‌خط AC و نقطهٔ E وسط پاره‌خط AD است. $\overline{AB}$ چند برابر $\overline{AE}$ است؟ (قائمشهر - مدرسهٔ امام خمینی - خرداد ۹۸) A E D C B	۱
۱۳	در شکل مقابل پاره‌خط‌های کوچک با هم مساوی‌اند. تساوی‌ها را کامل کنید. (جعفرمحال و بختیاری - هیئت امنای آیت‌الله کاشانی - خرداد ۹۸) A B C D $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} =$ ..... $\overline{AC} =$ ..... $\overline{AD}$	۱

۱۴ با توجه به شکل‌های داده‌شده اندازهٔ زاویه‌های خواسته‌شده را به‌دست آورید. (چهارمحال و بختیاری - هیئت امنای آیت‌الله کاشانی - خرداد ۹۸) ۲

از تعریف متمم، مکمل، متقابل به راس و مجموع زوایای داخلی مثلث استفاده کن.

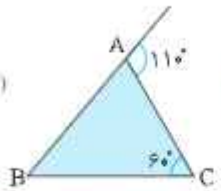
الف)



$\hat{x} =$

$\hat{y} =$

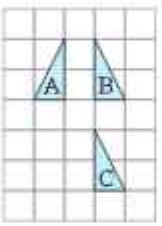
ب)



$\hat{B} =$ (تهران - مدرسهٔ امید انقلاب - خرداد ۹۸)

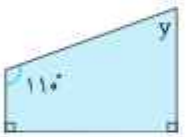
۱۵ با توجه به شکل، نوع تبدیل را روی بردار بنویسید. (قائمشهر - مدرسهٔ امام خمینی - خرداد ۹۸) ۱

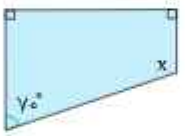
به خاصیت تبدیل توجه کن.



$A \longrightarrow B \longrightarrow C$

۱۶ الف) با توجه به شکل مقابل، مقدار x و y را بنویسید. (چهارمحال و بختیاری - مدرسهٔ شایستگان - خرداد ۹۸) ۱/۲۵





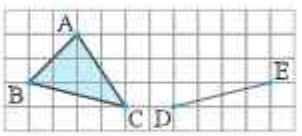
$x =$

$y =$

ب) در کدام تبدیل هندسی جهت شکل تغییر نمی‌کند؟ (چهارمحال و بختیاری - مدرسهٔ شایستگان - خرداد ۹۸)

۱۷ الف) نقطهٔ F را طوری مشخّص کنید که مثلث‌های ABC و DEF هم‌نهشت باشند. ۱/۵

(اهواز - تیزهوشان شهید بهشتی (۲) - اردیبهشت ۹۸)



ب) در قسمت قبل برای منطبق کردن دو مثلث ABC و DEF از کدام تبدیل باید استفاده کرد؟

(اهواز - تیزهوشان شهید بهشتی (۲) - اردیبهشت ۹۸)

موفق باشید. جمع نمره ۱۵

ردیف	آزمون شماره ۶	اداره‌ٔ کل آموزش و پرورش استان سیستان و بلوچستان مدرسهٔ هیئت امنایی شهید رزم جو مقدم - دی ۹۷ سؤالات امتحانی ریاضی پایهٔ هفتم (دورهٔ اول متوسطه)	هشتگ امتحان	مدت زمان: ۱۰۰ دقیقه تعداد سؤال: ۳۲	نمره

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخّص کنید. ۱

۱ از دو نقطه بی‌شمار خط راست می‌گذرد. ○ درست ○ نادرست

۲ دو زاویه ۵۷ و ۳۳ درجه متمم هستند. ○ درست ○ نادرست

۳ عدد ۲۳ عدد اوّل است. ○ درست ○ نادرست

۴ اولین مضرب طبیعی هر عددی، خودش است. ○ درست ○ نادرست

ب) جاهای خالی را با کلمه (عدد) مناسب پر کنید. ۰/۵

۵ عدد صفر از عددهای منفی _____ است.

۶ قرینهٔ قرینهٔ هر عدد برابر است با _____.

ج) گزینهٔ درست را با علامت ✓ مشخّص کنید. ۲

۷ حاصل عبارت $۹۷ - ۳۰۵ + ۱۱۷-$ به‌صورت تقریبی کدام گزینه است؟

الف) -۳۰۰ ب) ۸۰ ج) ۲۰۰ د) -۸۰

۸ ساده‌شدهٔ عبارت $۸ - ۲a - ۷ - ۴a$ کدام گزینه است؟

الف) $۲a - ۱$ ب) $۶a - ۱۵$ ج) $۲a - ۱۵$ د) $۶a - ۱$

۹ در کدام تبدیل تصویر به‌دست آمده مساوی و هم‌جهت شکل اولیه است؟

الف) انتقال ب) دوران ج) تقارن د) هر سه مورد

۱۰ کدام‌یک از اعداد زیر مضرب طبیعی ۸ نیست؟

الف) ۶۴ ب) ۱۶ ج) ۸۰ د) ۹۱

د) به سؤال‌های زیر پاسخ کامل دهید.

۱۱ توپی را از ارتفاع ۱۲ متری به پایین انداخته‌ایم. هر بار که به زمین می‌خورد، نصف ارتفاع قبلی بالا می‌رود. توپ از لحظهٔ برتاب شدن تا سومین مرتبه برخورد به زمین چند متر حرکت کرده است؟ ۱

۱۲ از زاهدان به خاش ۲ راه و از خاش به چابهار ۳ راه وجود دارد. از زاهدان به چابهار به چند طریق می‌توان رفت؟ ۱

۱۳ با نقاط روبه‌رو چند پاره‌خط می‌توان رسم کرد؟ ۱

۱۴ حاصل هر عبارت را به‌دست آورید. ۱

الف) $-۱۲ + ۸ - ۹ =$ ب) $(+۶) \times [۲۰ \div (-۵)] =$

۱۵ در جای خالی عدد مناسب قرار دهید. ۰/۵

الف) $(-۱۴) + \square = ۸$ ب) $\square \times (+۶) = -۴۸$

۱۶ احسان در طبقهٔ ۳- است. او ۴ طبقه بالا و سپس ۲ طبقه پایین و از آنجا ۵ طبقه بالا می‌رود. احسان هم‌اکنون در کدام طبقه است؟ ۰/۵

۱۷ دمای زابل ۴ درجه زیر صفر است و ایرانشهر ۱۳ درجه گرم‌تر از زابل است. دمای ایرانشهر چند درجه است؟ ۰/۵

۱۸ میانگین دو عدد ۱۱- و ۲۵ چند می‌شود؟ ۰/۵

۱۹ جملهٔ nأم و جملهٔ صدم الگوی زیر را بنویسید. ۱

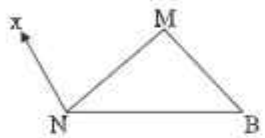
۴ ، ۷ ، ۱۰ ، ۱۳ ، ...

جملهٔ صدم: _____ جملهٔ nأم: _____

۲۰	در عبارت $-۴ab$ ضریب و متغیر را مشخص کنید.		۰/۵
	ضریب: ..... متغیر:		
۲۱	مقدار عددی جدول زیر را کامل کنید.		۱

K	−۱	۴
$۲K-۳$		

۲۲	معادله‌های زیر را حل کنید.	۱
	الف) $x+۴=۱۱$ ب) $۴x-۷=۱۳$	
۲۳	برای عبارت زیر یک معادله بنویسید. (نیازی به حل معادله نیست.)	۰/۵
	«از سه برابر عددی پنج واحد کم کرده‌ایم، حاصل ۳۱ شده است. آن عدد چند است.»	
۲۴	با توجه به شکل مقابل:	۱



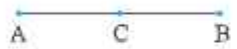
الف) نام دو پاره‌خط: ..... و .....

ب) یک نیم‌خط: .....

ج) زاویهٔ B را با سه حرف بنویسید.

$\widehat{B}=$ .....

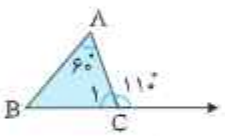
۲۵	نقطهٔ C وسط پاره‌خط AB قرار دارد. جاهای خالی را کامل کنید.		۰/۵



$\overline{AC}+\overline{CB}=$ .....

$\overline{AC}=$ ..... $\overline{AB}$

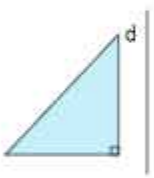
۲۶	با توجه به شکل زیر اندازهٔ هر زاویه را بنویسید.		۰/۵



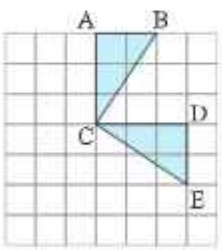
$\widehat{B}=$ .....

$\widehat{C}_۱=$ .....

۲۷	قرینهٔ مثلث را نسبت به خط d رسم کنید.		۰/۵



۲۸	دو شکل داده‌شده، هم‌نهشت هستند:		۱
	الف) هم‌نهشتی دو مثلث را به زبان ریاضی بنویسید.		
	ب) اجزای متناظر داده‌شده را کامل کنید.		



$\widehat{B}=$ .....

$\overline{AB}=$ .....

۲۹	دو ظرف ۱۲ و ۳۰ لیتری داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود، دو ظرف را به‌طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟	۱
۳۰	دو عدد بنویسید که شمارنده‌های اول آن فقط ۲ و ۷ باشد.	۰/۵
۳۱	دو معنی مختلف برای تساوی $۲۸=۷\times۴$ بنویسید.	۰/۵
۳۲	ب.م.م. و ک.م.م دو عدد ۴۰ و ۱۶ را از روش تجزیه به‌دست آورید.	۱

$(۱۶,۴۰)=$ .....

$[۱۶,۴۰]=$ .....

موفق باشید.

جمع نمره ۲۰

آزمون شماره ۷	ریاضی هفتم - دی ماه (ده استاد)	هشتگ امتحان	مدت زمان: ۷۵ دقیقه تعداد سؤال: ۱۸

ردیف		نمره
	الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخّص کنید.	۲
۱	بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی ۱- است. ○ درست ○ نادرست	
۲	حاصل عبارت ۲۰۰ + ۵۰۰- عددی مثبت است. ○ درست ○ نادرست	
۳	عدد یک اوّل است. ○ درست ○ نادرست	
۴	از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد. ○ درست ○ نادرست	
	ب) جاهای خالی را با کلمه (عدد) مناسب پر کنید.	۱/۵
۵	قرینهٔ یک عدد منفی یک عدد ..... است.	
۶	مساحت مثلثی به قاعدهٔ a و ارتفاع h را به‌صورت ..... نشان می‌دهیم.	
۷	جمع هر عدد با قرینه‌اش برابر ..... می‌شود.	
	ج) گزینهٔ درست را با علامت ✓ مشخّص کنید.	۳
۸	جملهٔ nاُم الگوی عددی ۴,۸,۱۲,۱۶,... کدام است؟ الف) $n+4$ ب) $n+2$ ج) $4n$ د) n	
۹	شکل داده‌شده را ۱۳۹۵ بار حول نقطهٔ M و با زاویهٔ 90° در جهت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. کدام شکل به‌دست می‌آید؟ الف) ب) ج) د)	
۱۰	کدام‌یک از اعداد زیر مرکب نیست؟ الف) ۹۱ ب) ۴۳ ج) ۸۷ د) ۶۳	
	د) به سؤال‌های زیر پاسخ کامل دهید.	۱
۱۱	به کمک جدول، حاصل عبارت ۳۵۶ + ۵۲۳- را حساب کنید.	

یکان	دهگان	صدگان

۱۲	برای حرکت زیر یک جمع بنویسید.	۱
۱۳	حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.	۲/۵

الف) $۹+۷-۱۸=$

ب) $(-۴\times۹)\div(-۶)=$

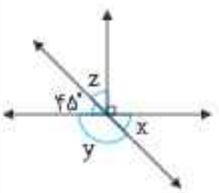
ج) $[-۴-۵]\times[(-۳۶)\div(-۱۲)]=$

۱۴ الف) مقدار عددی عبارت جبری $۳m + ۵$ را به‌ازای مقادیر داده‌شده بیابید. ۱/۵

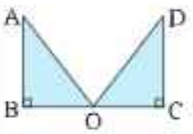
m	-۳	۰	$+۶$
$۳m + ۵$			

ب) معادلهٔ مقابل را حل کنید. $۵(۳x + ۴) - ۲ = ۳۳$ ۱/۵

۱۵ الف) در شکل زیر اندازهٔ زاویه‌های خواسته‌شده را به‌دست آورید. ۱

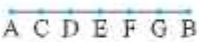


ب) نوع تبدیل انجام‌شده را بنویسید، سپس تساوی‌های زیر را کامل کنید. ۱



$\widehat{A} =$ ..... $\overline{AB} =$ ..... $\overline{OC} =$ .....

۱۶ در شکل داده‌شده پاره‌خط‌های کوچک مساوی‌اند.



الف) در جای خالی عدد مناسب قرار دهید. ۰/۵

$\overline{AB} =$ ..... $\overline{AD}$

ب) در جای خالی نام پاره‌خط را بنویسید. ۰/۵

$\overline{AG} - \overline{EG} =$ .....

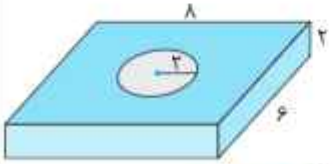
۱۷ شخصی یک بار $\frac{۱}{۷}$ پولش و بار دوم ۲۰۰ تومان بیشتر از بار اول خرج کرد. اگر حالا ۲۵۰۰ تومان برایش مانده باشد، کل پول او چند تومان بوده است؟ ۱/۵

۱۸ اعداد دورقمی را بیابید که بر ۲ و ۵ بخش‌پذیر باشند، ولی بر ۳ بخش‌پذیر نباشند. ۱/۵

موفق باشید.

جمع نمره ۲۰

آزمون شماره ۸ صفحهٔ درسنامه: ۵۱	**فصل ۶ ریاضی هفتم - خرداد ماه** **(طبقه‌بندی شده)**	هشتگ امتحان	مدت زمان: ۹۰ دقیقه تعداد سؤال: ۱۷

ردیف		نمره
درست نادرست		
۱	حجم‌های منشوری دارای دو قاعده مساوی می‌باشند. (محیار - مدرسهٔ امید انقلاب - خرداد ۹۸) ○ درست ○ نادرست	۰/۲۵
۲	در منشور n پهلو، تعداد وجه‌ها $n+2$ است. (خراسان رضوی - مدرسهٔ فرزانگان - خرداد ۹۸) ○ درست ○ نادرست	۰/۲۵
۳	یک منشور ۶ پهلو از بالا به شکل دایره دیده می‌شود. (چهارمحال و بختیاری - صیغ امامی آیت‌الله کاشانی - خرداد ۹۸) ○ درست ○ نادرست	۰/۲۵
۴	از دوران مستطیل حول یک ضلعش استوانه به‌وجود می‌آید. (اصوار - نیلوشان شهید محقق (۲) - اردیبهشت ۹۸) ○ درست ○ نادرست	۰/۲۵
جای خالی		
۵	یک منشور ۶ پهلو ..... یال و ..... رأس و ..... وجه دارد. (چهارمحال و بختیاری - صیغ امامی آیت‌الله کاشانی - خرداد ۹۸)	۰/۷۵
۶	حجم‌های ..... فقط دارای یک قاعده هستند (نوآموز - مدرسهٔ امام خمینی - خرداد ۹۸)	۰/۵
۷	اگر شعاع قاعده استوانه‌ای را نصف کنیم، حجم آن ..... می‌شود. (اصوار - نیلوشان شهید محقق (۲) - اردیبهشت ۹۸)	۰/۵
چهار گزینه‌ای		
۸	تعداد یال‌های یک منشور چند برابر تعداد وجه‌های جانبی آن است؟ (چهارمحال و بختیاری - مدرسهٔ شایستگان - خرداد ۹۸) الف) یک برابر ب) دو برابر ج) سه برابر د) چهار برابر	۱
۹	شکل مقابل گستردهٔ ..... می‌باشد. (محیار - مدرسهٔ امید انقلاب - خرداد ۹۸) الف) هرم سه پهلو ب) منشور سه پهلو ج) هرم د) استوانه	۱
بلند پاسخ		
۱۰	یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می‌شود؟ (اصفهان - مدرسهٔ شهید اسعد فروغی - خرداد ۹۸)	۰/۵
۱۱	یک منشور با قاعده پنج ضلعی چند یال و چند رأس دارد؟ (نوآموز - مدرسهٔ امام خمینی - خرداد ۹۸) یال: ..... رأس:	۱
۱۲	قاعدهٔ منشوری مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع ۳، ۴ و ۵ سانتی‌متر است. اگر ارتفاع منشور ۱۰ سانتی‌متر باشد، مساحت جانبی این منشور را حساب کنید. (نوشتن فرمول الزامی است.) (چهارمحال و بختیاری - مدرسهٔ شایستگان - خرداد ۹۸)	۱
۱۳	مساحت کل مکعبی به ضلع ۶ سانتی‌متر را به‌دست آورید. (محیار - مدرسهٔ امید انقلاب - خرداد ۹۸)	۱/۵
۱۴	یک منشور با ۱۸ یال داریم که طول همه یال‌ها ۵ سانتی‌متر است. مساحت جانبی منشور چیست؟ (اصوار - نیلوشان شهید محقق (۲) - اردیبهشت ۹۸)	۱/۲۵
۱۵	منبع آبی است به شکل استوانه که شعاع قاعدهٔ آن ۴ متر و ارتفاع آن ۳/۵ متر است. حجم این منبع چند مترمکعب است؟ (عدد پی را ۳ در نظر بگیرید. نوشتن فرمول الزامی است.) (محیار - مدرسهٔ امید انقلاب - خرداد ۹۸)	۱/۵
۱۶	حجم شکل مقابل را به‌دست آورید. (حفره‌ای به شکل استوانه وسط این شکل قرار دارد.) $(\pi = 3)$ (نوآموز - مدرسهٔ امام خمینی - خرداد ۹۸) 	۲
۱۷	یک مستطیل به طول ۴ و عرض ۳ را حول طول آن دوران داده‌ایم: (چهارمحال و بختیاری - مدرسهٔ شایستگان - خرداد ۹۸) الف) نام شکل حاصل چیست؟ (اگه به مستطیل رو حول طولش دوران بدیم، یه استوانه با ارتفاعی به اندازهٔ طول پدرمحت میاد.) ب) حجم آن را به‌دست آورید. (نوشتن فرمول الزامی است.)	۱/۵
	موفق باشید.	جمع نمره ۱۵

پاسخنامه

آزمون شماره ۱ — فصل ۱

۱- نادرست؛ به اعداد ۰، ۱، ۲، ۳، ... اعداد حسابی و به اعداد ۱، ۲، ۳، ... اعداد طبیعی گفته می‌شود.

۲- درست — ۱+ (خودش × شماره عدد) = عدد در این الگو

$\Rightarrow$ عدد ۵اُم $= (۵\times۵)+۱ = ۲۵+۱ = ۲۶$

۳- درست

$$(۱-\frac{۱}{۵})(۱-\frac{۱}{۶})(۱-\frac{۱}{۷})\cdots(۱-\frac{۱}{۴۰۰})$$

$$=\frac{۴}{\cancel{۵}_{۱}}\times\frac{\cancel{۵}^{۱}}{\cancel{۶}_{۱}}\times\frac{\cancel{۶}^{۱}}{\cancel{۷}_{۱}}\times\cdots\times\frac{۳۹۸}{\cancel{۳۹۹}_{۱}}\times\frac{\cancel{۳۹۹}^{۱}}{۴۰۰}=\frac{۴}{۴۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}$$

(مخرج یک کسر با صورت بعدی خود ساده می‌شود.)

۴- چند مسئلهٔ ساده (زیرمسئله)

۵- معادله

۶- گزینهٔ «ب» — الگوی مربعی $\Rightarrow$ ۱ (۱×۱)، ۴ (۲×۲)، ۹ (۳×۳)، ۱۶ (۴×۴)، ...

رابطه: مقدار جمله = شمارهٔ عدد × خودش

عدد دهم = ۱۰ × ۱۰ = ۱۰۰

۷- گزینهٔ «د»: با استفاده از راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب این دو عدد را می‌یابیم. در جدول زیر دو عددی آورده شده که حاصل جمع‌شان ۲۰ می‌شود و بعد بررسی می‌کنیم که آیا حاصل‌ضربشان ۹۶ می‌شود یا خیر!

عدد اوّل	عدد دوم	حاصل‌ضرب
۲	۱۸	۲×۱۸ = ۳۶ < ۹۶ ✗
۶	۱۴	۶×۱۴ = ۸۴ < ۹۶ ✗
۸	۱۲	۸×۱۲ = ۹۶ ✓

$\Rightarrow$ اختلاف دو عدد: ۱۲ − ۸ = ۴

۸-

مقدار حرکت توپ تا سومین برخورد به زمین:

$۲۸+(۲\times۱۴)+(۲\times۷)=۲۸+۲۸+۱۴=۷۰$ متر

۹- از راهبرد زیرمسئله استفاده می‌کنیم.

زیر مسئله ۱: چه کسری از تماشاگران طرفدار تیم قرمز و آبی هستند؟

$$\frac{۲}{۵}+\frac{۱}{۴}=\frac{۸}{۲۰}+\frac{۵}{۲۰}=\frac{۱۳}{۲۰}$$

زیرمسئله ۲: چه کسری از تماشاگران طرفدار هیچ تیمی نیستند؟

$$\frac{۲۰}{۲۰}-\frac{۱۳}{۲۰}=\frac{۷}{۲۰}$$

زیرمسئله ۳: تعداد کل تماشاگران چند نفر است؟

تعداد همهٔ تماشاگران ۱۰۰۰ نفر است.

$$\frac{\text{تماشاگران بی‌طرف}}{\text{کل تماشاگران}}\ \frac{۷}{۲۰}=\frac{۳۵۰}{\boxed{۱۰۰۰}}$$

×۵۰ ×۵۰

۱۰-

عدد اول	عدد دوم	ضرب	جمع
۱	۲۴	۲۴	$\boxed{۲۵}$
۲	۱۲	۲۴	۱۴
۳	۸	۲۴	۱۱
۴	۶	۲۴	۱۰

بیشترین حاصل جمع اعداد عبارتند از: ۲۴ و ۱

۱۱- از راهبرد حدس و آزمایش استفاده می‌کنیم.

	بررسی و آزمایش	تعداد سه چرخه	تعداد دوچرخه
باید تعداد دوچرخه‌ها را بیشتر و تعداد سه‌چرخه‌ها را کمتر کنیم.	۲×۸+۳×۸ = ۱۶+۲۴ = ۴۰ > ۳۸	۸	۸
	۱۰×۲+۳×۶ = ۲۰+۱۸ = ۳۸ ✓	۶	۱۰

۱۲- از راهبرد حدس و آزمایش استفاده می‌کنیم.

	بررسی و آزمایش	تعداد تریپاها	تعداد پنتاپاها
تعداد پنتاپاها را کم می‌کنیم.	۲۰×۵+۳۳×۳=۱۰۰+۹۹=۱۹۹>۱۹۳	۳۳	۲۰
تعداد پنتاپاها را کم می‌کنیم.	۱۸×۵+۳۵×۳=۹۰+۱۰۵=۱۹۵>۱۹۳	۳۵	۱۸
	۱۷×۵+۳۶×۳=۸۵+۱۰۸=۱۹۳ ✓	$\boxed{۳۶}$	$\boxed{۱۷}$

۱۷ پنتاپا و ۳۶ تریپا در این سرزمین عجایب وجود دارد.

۱۳- از راهبرد نمادین استفاده می‌کنیم.

عددی که دنبالش هستیم را با نماد $\square$ نشان می‌دهیم. درنتیجه:

$۳\times\square+۴=۵۵$

حدس اوّل: $\square=۱۵ \Rightarrow \cancel{۳\times۱۵}+۴=۴۹<۵۵$ نادرست

حدس دوم: $\square=۱۷ \Rightarrow \cancel{۳\times۱۷}^{۴۵}+۴=۵۵$ ✓ آن عدد ۱۷ است.

۱۴- از راهبرد زیرمسئله استفاده می‌کنیم.

۱) مهسا چقدر پول به فروشنده داده است؟ تومان ۲×۱۰۰۰۰ = ۲۰۰۰۰

۲) قیمت سه دفتر روی هم چند تومان بوده است؟

تومان ۲۰۰۰۰ − ۲۰۰۰ = ۱۸۰۰۰

۳) قیمت هر دفتر چقدر است؟ تومان ۱۸۰۰۰ ÷ ۳ = ۶۰۰۰

۱۵- از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم. جدول زیر را ببینید.

شمارهٔ شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد مربع‌ها	۱	۳	۵	۷

+۲ +۲ +۲

۱− (شمارهٔ شکل) × ۲ = تعداد مربع هر شکل

تعداد مربع‌های شکل پانزدهم = (۲×۱۵) − ۱ = ۳۰ − ۱ = ۲۹

۱۶- از راهبرد الگوسازی استفاده می‌کنیم.

محیط	عرض	طول	طول × عرض = مساحت
$۲\times(\cancel{۸+۵}^{۱۳})=\boxed{۲۶}$	۵	۸	۴۰
$۲\times(\cancel{۱۰+۴}^{۱۴})=۲۸$	۴	۱۰	۴۰
$۲\times(\cancel{۲۰+۲}^{۲۲})=۴۴$	۲	۲۰	۴۰
$۲\times(\cancel{۴۰+۱}^{۴۱})=۸۲$	۱	۴۰	۴۰

کمترین محیط

۴ مستطیل با طول و عرض‌های مختلف وجود دارد که مساحتشان ۴۰ سانتی‌مترمربع باشد و در بین آن‌ها مستطیلی که طولش ۸ سانتی‌متر و عرضش ۵ سانتی‌متر است کم‌ترین محیط را دارد.

۱۷- از راهبرد حل مسئله ساده‌تر استفاده می‌کنیم.

$$\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۹}=\frac{۴}{۹}\ \ ۲\times۲+۱ \quad \text{و} \quad \frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۲۷}=\frac{۱۳}{۲۷}\ \ ۱۳\times۲+۱$$

$$\text{مجموع چند کسر متوالی}=\frac{(\text{مخرج آخرین کسر}-۱)\div۲}{\text{مخرج آخرین کسر}}$$

$\Rightarrow$ صورت کسر حاصل جمع $=(۵۹۰۴۹-۱)\div۲=۵۹۰۴۸\div۲=۲۹۵۲۴$

بنابراین

$$\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۹}+\cdots+\frac{۱}{۵۹۰۴۹}=\frac{۲۹۵۲۴}{۵۹۰۴۹}$$

آزمون شماره ۲ — فصل ۲

۱- نادرست؛ بین ۱− و ۱+ عدد صفر که عددی صحیح است وجود دارد.

۲- درست

۳- نادرست (مثال نقض) $+۸+(-۳)=\underset{\text{مثبت}}{+۵}$ (غیر هم‌علامت)

۴- نادرست؛ زیرا حاصل‌ضرب هر عدد صحیح در صفر برابر صفر است.

(مثال نقض) حاصل‌ضرب هر عدد در یک برابر خودش است.

۵- ۱−

۶- ۱۰−

۷- صفر

۸- قرینهٔ

۹- گزینهٔ «د»؛ اعداد عبارت‌اند از:

۱− و ۲− و ۳− و ۴− و ۵− و ۶− و ۷− و ۸− و ۹− و ۱۰− و ۱۱−

۱۰- گزینهٔ «ج»؛ تمام حالت‌های ممکن که حاصل‌ضربشان ۲۴− است را در جدول نوشته و بررسی می‌کنیم که جمعشان ۵− می‌شود یا خیر.

دقت کنید چون حاصل‌ضرب منفی است، پس اعداد غیر هم‌علامت هستند و چون حاصل‌جمع منفی شده پس عدد بزرگ‌تر منفی است.

عدد اول	عدد دوم	حاصل جمع
+۱	−۲۴	$-۲۴+۱=-۲۳$
+۲	−۱۲	$-۱۲+۲=-۱۰$
+۳	−۸	$-۸+۳=-۵$ ✓
+۴	−۶	$-۶+۴=-۲$

۱۱- $+۴+(-۳)=+۱$

۱۲- به حل این سؤال دقت کنید.

(مثال نقض) $۸=۳+۵=(-۵)-۳$ ؛ فاصلهٔ ۳ و ۵− از هم (قرینه)

۸ واحد از ۳+ جلو می‌رویم. ⇐ $+۳+۸=+۱۱$ ؛ قرینهٔ ۵− نسبت به ۳+

(مثال نقض) با توجه به محور قرینهٔ (۵−) را نسبت به (۳+) به‌دست می‌آوریم:

۱۳- ۸+ : دمای هوای تهران

$-۷=-۱۵+۸$: دمای هوای همدان (سردتر)

۱۴- ۲۴+ : دمای هوای خانه

۲۰− : دمای هوای سردخانه

$۴۴=۲۰+(-۲۰)-۲۴$ ؛ اختلاف دمای هوای خانه و سردخانه

۱۵- در حل این‌گونه سؤالات معمولاً علامت درستی قرار داده نمی‌شود. به‌علامت‌ها خوب توجه کنید.

الف) $-۹+\boxed{-۳}=-۱۲$ ب) $(-۳۰۰)\div\boxed{+۲۰}=-۱۵$

۱۶- $-۹-(۵)=-۴$: دمای هوای مشهد. ۴− : دمای هوای تهران

$+۴+(۸)=-۴$: دمای هوای اهواز

$-۳=\frac{+۴+(-۹)+۴}{۳}=\frac{\text{مجموع دمای هواها}}{\text{تعداد شهرها}}$ ؛ میانگین دمای هوای سه شهر

۱۷- در این سؤالات معمولاً اولویت انجام محاسبات به‌درستی صورت نمی‌گیرد. به آن توجه کنید.

الف) $(\underbrace{(-۹)\times۴}_{-۳۶})+\underbrace{(-۳-(-۵))}_{\text{قرینه}}=\underbrace{(-۳+۵)}_{+۲}\times(-۳۶)$

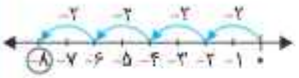
$=(-۳۶)\times(+۲)=-۷۲$

ب) $۲۱۰=۱۰۰+۱۱۰=۱۰۰-(-۱۱۰)$ ؛ فاصله ۱۰۰+ و ۱۱۰−

$۳=۲۱۰\div۷۰$: مقدار حرکت در هر بار حرکت روی محور

چون از ۱۰۰+ به ۱۱۰− رسیدیم پس هر بار سه واحد به‌سمت چپ حرکت کرده‌ایم؛ یعنی (۳−)

۱۸- $۴\times(-۲)=-۸$



آزمون شماره ۳ — فصل ۳

۱- درست

۲- درست $۲\times(-۳)+۱=-۶+۱=-۵$

۳- درست؛ (۲ معادله را برقرار می‌کند.) $۸\times(۲)-۱۴=۱۶-۱۴=۲$

۴- نادرست؛ با حدس و آزمایش می‌بینیم که $x=۵$ و $x=-۳$ هر دو پاسخ معادله هستند. (یعنی این معادله ۲ جواب دارد.)

۵- $۳n$ ؛ چون عددهای داده‌شده در الگو همگی به‌ترتیب مضرب‌های عدد ۳ هستند.

۶- $n\times n+۱$

شماره عدد	۱	۲	۳	۴
مقدار	۲	۵	۱۰	۱۷
رابطه	$۱\times۱+۱$	$۲\times۲+۱$	$۳\times۳+۱$	$۴\times۴+۱$

۷- $۳a+۲$

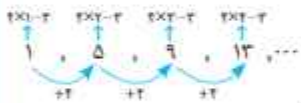
۸- $\frac{۳}{۲}$

۹- گزینهٔ «ب»

۱۰- گزینهٔ «د»؛ $-۲(x+۳)=-۲x-۲\times(۳)=-۲x-۶$

۱۱- گزینهٔ «ج»؛ دو جملهٔ جبری وقتی با هم متشابه‌اند که قسمت‌های حرفی آن‌ها یکسان باشد.

۱۲- جملهٔ n اُم $=۴n-۳$



۱۳-

الف) $۷a-۶b+۳a+۵b=\underbrace{(۷a+۳a)}_{۱۰a}+\underbrace{(-۶b+۵b)}_{-b}=۱۰a-b$

ب) $۳a+۲(-a+۳b)=۳a+۲\times(-a)+۲\times(۳b)$

$=۳a-۲a+۶b=a+۶b$

ج) $۳(۲a+۴b)-(a+۳b)=۶a+۱۲b-a-۳b$

$=(۶a-a)+(۱۲b-۳b)=۵a+۹b$

۱۴- خواستان باشد جمله قبل برانتز را در تک‌تک جملات داخل برانتز ضرب کنید.

الف) $-۳x+۱۴\ \underset{x=-۲}{=}\ -۳\times(-۲)+۱۴=۶+۱۴=۲۰$

ب) $۲(-۲a+۷)-b\ \underset{b=-۲}{\overset{a=۲}{=}}\ ۲(\underbrace{-۴(۲)+۷}_{-۸})-\underbrace{(-۳)}_{\text{قرینه}}=۲(-۱)+۳$

$=-۲+۳=+۱$

۱۵- به تغییرات علامت وقتی جمله‌ای جابه‌جا می‌شود دقت کنید:

الف) $۸x\boxed{-۱۸}=-۲\Rightarrow۸x=-۲+۱۸\Rightarrow۸x=۱۶\Rightarrow x=\frac{۱۶}{۸}=۲$

ب) $-۵=۶x\boxed{-۱۷}\Rightarrow-۵+۱۷=۶x\Rightarrow۱۲=۶x\Rightarrow x=\frac{۱۲}{۶}=۲$

ج) $8x+10=3x \Rightarrow 8x-3x=-10 \Rightarrow 5x=-10$

$\Rightarrow x=\frac{-10}{5}=-2$

د) $2g+\boxed{+5}=3\boxed{-4g} \Rightarrow 2g+4g=3-5 \Rightarrow 6g=-2$

$\Rightarrow g=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$

هـ) $3(x-3)+(x+1)=12 \Rightarrow 3x-9+x+1=12$

$\Rightarrow 4x-8=12 \Rightarrow 4x=20 \Rightarrow x=\frac{20}{4}=5$

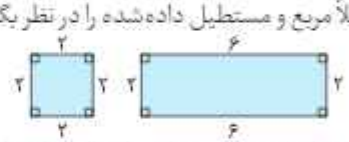
۱۶- عدد را a در نظر می‌گیریم و عبارت کلامی داده شده را به‌صورت جبری می‌نویسیم: $6a-2=46$

آزمون شماره ۴ فصل ۴

۱- درست؛ (چون مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است و هر مثلث سه زاویه دارد. بنابراین نمی‌تواند دو زاویهٔ قائمه داشته باشد. $90^\circ+90^\circ=180^\circ$، در این صورت زاویهٔ سوم 0° خواهد بود که نادرست است.)

۲- نادرست {مثال} $90^\circ-20^\circ=70^\circ$ متمم $\hat{A}=20^\circ<\hat{A}$ (زاویهٔ تند)

۳- نادرست؛ مثلاً مربع و مستطیل داده‌شده را در نظر بگیرید:



این دو شکل با تبدیلات هندسی (تقارن، انتقال و یا دوران) با ترکیبی از آن‌ها بر هم منطبق نمی‌شوند.

۴- ۴۵ $\quad$ تعداد پاره‌خط‌ها $=\frac{10\times 9}{2}=45$

۵- محدب

۶- گزینهٔ «د»

۷- گزینهٔ «الف» $\left.\begin{array}{l}\overline{AB}<\overline{CD}\\ \overline{CD}=\overline{EF}\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{AB}<\overline{EF}$

۸- گزینهٔ «ب» $\quad$ مجموع دو زاویه $=90^\circ$

اختلاف دو زاویه $=20^\circ$

زاویهٔ بزرگ‌تر $=\frac{\text{مجموع}+\text{اختلاف}}{2}=\frac{90^\circ+20^\circ}{2}=55^\circ$

۹- گزینهٔ «د»

۱۰- گزینهٔ «ب» $\quad 2\times 180^\circ=360^\circ$

{تکمیل} اگر یک شکل به اندازهٔ 360° (یا مضارب 360°) دوران یابد، بر خودش منطبق می‌شود.

۱۱- نام نیم‌خط‌ها:

Cz, Bz, Cx, Bx, At, Ct, Ay, By

۱۲- حواستان باشد ابتدا مشخّص کنید کل پاره‌خط می‌تواند به چند پاره‌خط کوچک‌تر (کوچک‌ترین پاره‌خط) تقسیم شود.

$\overline{AB}=\boxed{8}\,\overline{AE}$

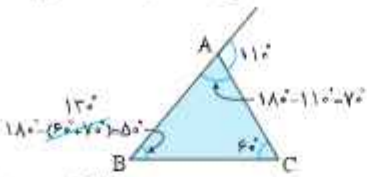
می‌دانیم: $\overline{AB}=2\overline{AC}$ ، $\overline{AC}=2\overline{AD}$ و $\overline{AD}=2\overline{AE}$ در نتیجه می‌توانیم AB را با قرار دادن ۴ نقطهٔ دیگر به ۸ پاره‌خط کوچک‌تر مساوی تقسیم کنیم.

۱۳- $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}=\overline{AD}$

$\overline{AC}=\frac{2}{3}\overline{AD}$

۱۴- الف) $\hat{x}=180^\circ-(\overset{122^\circ}{\cancel{90^\circ+32^\circ}})=58^\circ$ و $\hat{y}=180^\circ-58^\circ=122^\circ$

ب) $\hat{B}=50^\circ$

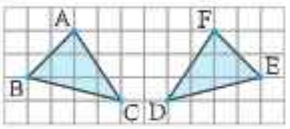


۱۵- $A \xrightarrow{\text{تقارن محوری}} B \xrightarrow{\text{انتقال}} C$

۱۶- الف) دو شکل هم‌نهشت هستند، پس: $\hat{x}=110^\circ$ و $\hat{y}=70^\circ$

ب) انتقال

۱۷- الف) چون دو مثلث باید هم‌نهشت باشند، نقطهٔ F را در محل مشخّص شده می‌گذاریم.



ب) تقارن محوری

آزمون شماره ۵ فصل ۵

۱- درست

۲- نادرست {مثال} ۳ و ۵ عددهای اوّل هستند و $3+5=8$ که ۸ عددی اوّل نیست.

۳- نادرست؛ ۲ تنها عدد زوج اوّل است.

۴- نادرست

{تکمیل} بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک هر عدد با خودش برابر خودش است.

۵- ۲

۶- یک

۷- حاصل ضرب

۸- a

۹- گزینهٔ «ب»:

{تکمیل} گزینهٔ «الف»: ۲۵ اوّل نیست. گزینهٔ «ج»: ۴۹ و ۹ اوّل نیستند. گزینهٔ «د»: ۶۵ اوّل نیست.

۱۰- گزینهٔ «ج»؛ چون مجموع دو عدد اوّل فرد عددی فرد شده است، پس حتماً یکی از اعداد ۲ (تنها عدد زوج اوّل) است.

{تکمیل} مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد، عددی فرد است.

۱۱- گزینهٔ «ج» $\quad 28=\underline{2\times 2}\times 7$ و $20=\underline{2\times 2}\times 5$

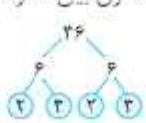
$\Rightarrow (28,20)=2\times 2=4$

۱۲- گزینهٔ «الف»؛ چون $56=14\times 4$ و به جز ۶۰ بقیه اعداد مضرب ۱۴ هستند. پس ۶۰ عامل ۱۴ را ندارد.

۱۳- ۷ و ۲: شمارنده‌های اوّل ۲۸ ، ۲۸ و ۱۴ و ۷ و ۴ و ۲ و ۱: شمارنده‌های ۲۸

۱۴- دو عدد اوّل بین ۲۰ و ۳۰ عبارتند از: ۲۹ و ۲۳

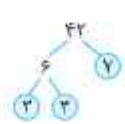
۱۵-



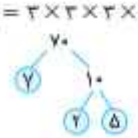
$36=\underline{2\times 2}\times 3\times 3$

$54=2\times\underline{3\times 3\times 3}$

$[54,36]=3\times 3\times 3\times 2\times 2=108$



$42=\underline{2}\times 3\times\underline{7}$



$70=\underline{2}\times 5\times\underline{7}$

$(70,42)=2\times 7=14$

ج) (فصل۶-درس۳)
(۰/۲۵) مجموع مساحت‌های ۴ وجه جانبی = $S_{\text{جانبی}}$
(۰/۵) واحدمربع $S_{\text{جانبی}} = (\frac{20}{4}\times 5)+(\frac{10}{2}\times 5)+(\frac{15}{3}\times 5)+(\frac{20}{4}\times 5) = 75$

۲۱- (فصل۷-درس۲ و ۳)
الف) (۰/۲۵) $\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}\times 7^{2}\times 7^{9} = 1\times 7^{(2+9)} = 7^{11}$

ب) $\underbrace{(-5)^{2}}_{(-5)^{2}}\times\underbrace{3^{2}}_{3^{2}}\times(-5)\times 3^{5}$
(۰/۲۵) $= (-5)^{2}\times 3^{2} = ((-5)\times 3)^{2} = (-15)^{2}$

ج) $\underbrace{(5^{6}+5^{6}+5^{6}+5^{6})}_{4^{1}\times 5^{6}}\times\underbrace{(3^{5}+3^{5}+3^{5}+3^{5}+3^{5})}_{5^{1}\times 3^{5}}$
(۰/۲۵) $= \underbrace{3^{2}\times 5^{6}\times 5^{1}\times 3^{5}}_{5^{7}\ \ 3^{7}} = 2^{7}\times 5^{7} = (2\times 5)^{7} = 10^{7}$

د) $\underbrace{5^{2}\times 2^{7}\times 5^{8}\times 2^{4}}_{5^{10}\ \ 2^{11}} = 5^{11}\times 2^{11} = (5\times 2)^{11} = 10^{11}$ (۰/۲۵)

۲۲- (فصل۷-درس۴)
الف) (۰/۲۵) $\sqrt{10000} = \sqrt{100^{2}} = 100$
ب) (۰/۲۵) $\sqrt{1^{50}} = \sqrt{1} = 1$
ج) (۰/۲۵) $\sqrt{-(-64)} = \sqrt{64} = \sqrt{8^{2}} = 8$
د) (۰/۲۵) $\sqrt{(-3)\times(-12)} = \sqrt{36} = \sqrt{6^{2}} = 6$

۲۳- (فصل۸-درس۴)
الف) (۰/۲۵) $\begin{bmatrix} x \\ -5 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 2 \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}\Rightarrow x+2=5\Rightarrow x=3$
$\Rightarrow -5+y=-3\Rightarrow y=2 \Rightarrow x+y=5$

ب) (۰/۲۵) $\vec{b} = -\begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix}$
(۰/۲۵) $\vec{a}+\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-2 \\ -7+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

ج) (۰/۲۵) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix}$
(۰/۲۵) $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{5-(-2)}^{+2} \\ -7-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -10 \end{bmatrix}$

۲۴- (فصل۸-درس۳)
الف) (۰/۲۵) $A = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$
ب) نمایش نقطه در رسم بردار (۰/۲۵)
ج) (۰/۲۵) $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$
د) (۰/۲۵) $\underbrace{\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\text{ابتدا}}+\underbrace{\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}}_{\text{بردار}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}}_{\text{انتها}}$

۲۵- (فصل۹-درس۳)
الف) عددهای اول تاس عبارت‌اند از ۲، ۳ و ۵:
(۰/۲۵) احتمال آمدن عدد اول $= \frac{3}{6}$
ب) عددهای مرکب تاس عبارت‌اند از ۴، ۶:
(۰/۲۵) احتمال آمدن عدد مرکب $= \frac{2}{6}$
ج) عدد نه اول و نه مرکب ۱ است:
(۰/۲۵) احتمال آمدن عدد نه اول نه مرکب $= \frac{1}{6}$

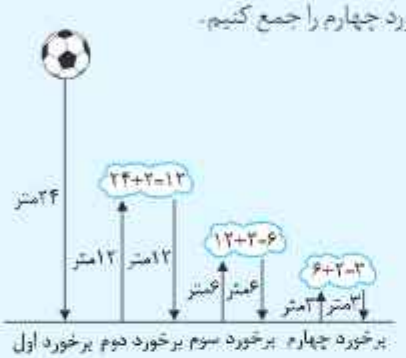
فصل ۱: راهبردهای حل مسئله

راهبرد رسم شکل

در حل بعضی از مسئله‌ها کشیدن شکلی ساده و مناسب مسئله، آن را برای ما قابل درک کرده و می‌تواند ما را راحت‌تر به پاسخ برساند.

مثال توپی از ارتفاع ۲۴ متری زمین رها می‌شود. این توپ پس از هر بار برخورد با زمین به اندازهٔ $\frac{1}{2}$ ارتفاع قبلی خود به بالا برمی‌گردد. حساب کنید که این توپ از لحظهٔ رهاشدن تا چهارمین برخوردش با زمین، چند متر حرکت کرده است؟

پاسخ: مسیر حرکت توپ از لحظهٔ رها شدن تا چهارمین برخورد را رسم می‌کنیم. حالا کافی است مسافت طی‌شده از ابتدای پرتاب تا پایان برخورد چهارم را جمع کنیم.



کل مسیر طی‌شده توسط توپ
(متر) $= ۲۴+(۲\times ۱۲)+(۲\times ۶)+(۲\times ۳) = ۲۴+۲۴+۱۲+۶ = ۶۶$

راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار)

گاهی برای حل یک مسئله لازم است که تمام حالت‌های ممکن را بنویسیم و آن‌ها را بررسی کنیم. این راهبرد به ما این امکان را می‌دهد تا با ساختن الگو و ترتیبی مشخص این کار را انجام دهیم و مطمئن باشیم حالتی را هم از قلم نینداخته‌ایم.

مثال حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی برابر ۲۰ است. آن دو عدد را به‌گونه‌ای بیابید که حاصل جمعشان بیشترین مقدار ممکن باشد.

پاسخ: همهٔ حالت‌های ممکن برای این‌که حاصل‌ضرب دو عدد ۲۰ بشود را با یک نظم منطقی می‌نویسیم (به‌ترتیب عددهای ۱، ۲ و ۴ در ستون اوّلین عدد توجه کنید.) و مجموع هر جفت از اعداد را محاسبه می‌کنیم. آن دو عدد ۱ و ۲۰ هستند.

عدد اول	عدد دوم	حاصل جمع
۱	۲۰	۲۱
۲	۱۰	۱۲
۴	۵	۹

بیشترین حاصل جمع

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

مانند راهبرد الگوسازی، در این راهبرد هم تمام حالت‌های ممکن بررسی می‌شوند. با این تفاوت که با توجه به شرایط مسئله تعدادی از حالت‌ها نامطلوب هستند و حذف می‌گردند، به‌عنوان مثال در حل جداول سودوکو از این راهبرد استفاده می‌شود.

مجموع سن سه خواهر که هم‌سن نیستند، ۱۰ سال و حاصل‌ضرب سن آن‌ها ۳۰ است. کوچک‌ترین خواهر چند سال دارد؟ (سن هر کدام از آن‌ها یک عدد صحیح است.)

پاسخ: به کمک روش الگوسازی همهٔ حالت‌هایی که حاصل‌ضرب سه عدد برابر ۳۰ می‌شود را مشخص می‌کنیم و بررسی می‌کنیم که در کدام حالت مجموع سه عدد ۱۰ می‌شود.

	عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	مجموع	بررسی وضعیت
پس سن کوچک‌ترین خواهر ۲ سال است.	۱	۱	۳۰	۳۲	✗
	۱	۲	۱۵	۱۸	✗
	۱	۳	۱۰	۱۴	✗
	۱	۵	۶	۱۲	✗
	۲	۳	۵	۱۰	✓

راهبرد الگویابی

در بسیاری از مسائل ریاضی الگویی مشخص یافت می‌شود که با کشف آن به‌راحتی می‌توانیم به سؤالات متعددی پیرامون آن الگو پاسخ دهیم. (بدون بررسی کردن تمام حالت‌ها)

شکل دهم در الگوی زیر را با چند چوب کبریت می‌توان ساخت؟

شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳) شکل (۴)

پاسخ: به کمک جدول زیر رابطهٔ بین شمارهٔ شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها را پیدا می‌کنیم، به این ترتیب بدون پیدا کردن تعداد چوب‌کبریت‌ها در مراحل پنجم، ششم و ... تعداد چوب کبریت‌های مرحلهٔ دهم را به‌دست می‌آوریم.

شمارهٔ شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد چوب‌کبریت‌ها	۳	۵	۷	۹
رابطهٔ شمارهٔ شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها	$(۱\times۲)+۱$	$(۲\times۲)+۱$	$(۳\times۲)+۱$	$(۴\times۲)+۱$

$$\text{تعداد چوب‌کبریت‌های شکل دهم} = (۱۰\times۲)+۱ = ۲۱ \quad \leftarrow \quad \text{رابطهٔ بین شمارهٔ شکل و تعداد چوب کبریت‌ها} = (\text{شمارهٔ شکل}\times۲)+۱$$

راهبرد حدس و آزمایش

در بعضی از مسائل که روش و راه مستقیمی برای حل آن وجود ندارد و یا راه رسیدن به جواب طولانی و دشوار است، به‌کارگیری این راهبرد مفید است. راهبرد حدس و آزمایش از دو قدم اصلی تشکیل شده است:

قدم اول: حدس زدن پاسخ

قدم دوم: بررسی حدس و نتیجه‌گیری از آن

قدم دوم کمک می‌کند تا با استدلالی منطقی، موارد بعدی را حدس بزنیم و آن‌قدر این دو مرحله را تکرار و بررسی می‌کنیم تا به جواب مسئله برسیم.

۱۵ دستگاه دوچرخه و اتومبیل در توقفگاهی قرار دارند. اگر تعداد چرخ‌های آن‌ها روی هم ۵۲ عدد باشد تعداد دوچرخه و اتومبیل را پیدا کنید.

پاسخ: در هر مرحله تعداد دوچرخه و اتومبیل را طوری حدس می‌زنیم که مجموع آن‌ها برابر ۱۵ تا باشد. ممکن است شما در حل این مسئله حدس‌های دیگری زده باشید و یا تعداد حدس‌هایتان متفاوت باشد امّا اگر مسیر درست را بروید، به همین پاسخ می‌رسید.

	تعداد دوچرخه	تعداد اتومبیل	مجموع چرخ‌ها	نتیجه‌گیری از حدس
حدس ۱	۱	۱۴	$(۱\times۲)+(۱۴\times۴)$ $=۵۸>۵۲$	باید تعداد اتومبیل‌ها کم شود
حدس ۲	۵	۱۰	$(۵\times۲)+(۱۰\times۴)$ $=۵۰<۵۲$	باید تعداد اتومبیل‌ها بیشتر شود.
حدس ۳	۴	۱۱	$(۴\times۲)+(۱۱\times۴)$ $=۵۲$	درست است.

۴ دوچرخه و ۱۱ دستگاه اتومبیل در این توقفگاه وجود دارند.

راهبرد زیرمسئله

برای حل مسائل پیچیده و چندمرحله‌ای بهتر است مسئله را به چند مسئلهٔ کوچک (زیرمسئله) تقسیم کنیم و مرحله به مرحله به آن‌ها پاسخ دهیم تا به پاسخ مسئله برسیم.

مهناز ۱۰۰۰۰ تومان پول دارد. او ۴ خودکار ۱۵۰۰ تومانی خرید. اگر او با بقیهٔ پول بیشترین تعداد ممکن مداد ۷۰۰ تومانی بخرد، چند تومان برایش باقی می‌ماند؟

پاسخ: مسئله بالا را به چند زیرمسئلهٔ ساده‌تر تقسیم می‌کنیم تا با حل مرحله به مرحلهٔ آن‌ها به خواستهٔ مسئله برسیم.

الف) پول خودکارها چند تومان می‌شود؟ (تومان) $۴\times۱۵۰۰ = ۶۰۰۰$

ب) باقی ماندهٔ پول بعد از خرید خودکارها چقدر است؟

(تومان) $۱۰۰۰۰ - ۶۰۰۰ = ۴۰۰۰$

ج) باقی ماندهٔ نهایی پول بعد از خرید بیشترین تعداد مداد ۷۰۰ تومانی چقدر است؟

$۴۰۰۰ \div ۷۰۰ \rightarrow$ تعداد مدادها ۵، -۳۵۰۰، باقی‌ماندهٔ نهایی ۵۰۰

ممکن است در حل یک مسئله به روش زیرمسئله از مسائل کوچک متفاوتی استفاده شود. مهم این است که مسئله‌ها مرحله‌ای بوده و حل هر کدام به حل مسئلهٔ بعدی کمک کند و پاسخ آخرین زیرمسئله همان خواستهٔ مسئله باشد.

راهبرد حل مسئلهٔ ساده‌تر

وجود اعداد و یا حالت‌های پیچیده در برخی از مسائل ریاضی، باعث می‌شود تا نتوانیم روش مناسبی را برای حل آن در نظر بگیریم. در این‌گونه موارد بهتر است که به‌جای مسئلهٔ دشوار اصلی، مسئلهٔ ساده‌تری را که مرتبط با مسئلهٔ اصلی است در نظر بگیریم و پس از بررسی آن مسئلهٔ ساده و کشف روش حل، مسئلهٔ اصلی را حل می‌کنیم. در حل مسئلهٔ ساده‌تر می‌توانیم از راهبردهای دیگری مانند رسم شکل، الگویابی و ... هم استفاده کنیم.

حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید.

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۶}+\cdots+\frac{۱}{۵۱۲}$$

پاسخ: با توجه به الگوی موجود بین کسرهای عبارت داده‌شده که مخرج هر کسر دو برابر مخرج کسر قبلی خود است، مسئله‌هایی ساده‌تر را می‌سازیم و حل می‌کنیم.

الف) $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$ ب) $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}=\frac{۷}{۸}$

با بررسی این دو مسئلهٔ ساده‌تر متوجه می‌شویم که پاسخ مسئلهٔ اصلی، کسری است که مخرج آن همان مخرج آخرین کسر در عبارت یعنی ۵۱۲ و صورت آن یکی کمتر از مخرج یعنی ۵۱۱ است. پس:

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۶}+\cdots+\frac{۱}{۵۱۲}=\frac{۵۱۱}{۵۱۲}$$

راهبرد روش نمادین

روش نمادین، روشی است که با نمادگذاری و مدل‌سازی سروکار دارد. گاهی مسائل ریاضی به‌صورت کلامی هستند و برای حل و درک مناسب آن‌ها، با به‌کارگیری نمادها، آن مسائل را به زبان ریاضی می‌نویسیم. برای حل مسائل با راهبرد نمادین اغلب لازم است از راهبردهای دیگر هم کمک بگیریم.

مثال محمدرضا برای خرید ۵ دفتر و یک خودکار ۱۰۰۰ تومانی، ۵۵۰۰ تومان پرداخت. قیمت هر دفتر را حساب کنید.

پاسخ: قیمت هر دفتر را با نماد $\square$ نشان می‌دهیم و تساوی زیر را می‌نویسیم.

$$۵\times\square+۱۰۰۰=۵۵۰۰$$

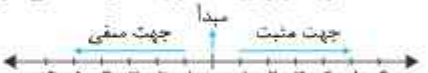
با استفاده از روش حدس و آزمایش مقدار $\square$، یعنی قیمت هر دفتر برابر ۹۰۰ تومان به‌دست می‌آید.

فصل ۲: عددهای صحیح

درس ۱: معرفی عددهای علامت‌دار

به عددهای ۱,۲,۳,... عددهای طبیعی می‌گوییم.

عددهای صحیح شامل عددهای صحیح مثبت، صفر و عددهای صحیح منفی هستند که به‌صورت زیر، روی محور نمایش داده می‌شوند.



توجه کنید که هر چه به‌سمت راست (جلو) برویم، اعداد بزرگ‌تر و هر چه به‌سمت (چپ) برویم، اعداد کوچک‌تر می‌شوند.

در حالت کلی: اعداد صحیح مثبت > صفر > اعداد صحیح منفی

قرینهٔ عدد صحیح

هر عدد صحیح قرینه‌ای دارد که برای نمایش قرینهٔ آن کافی است یک نماد (−) در سمت چپش بگذاریم.

مثال $+۵=-(-۵)=-$ قرینهٔ (-۵)

$۰=-(۰)=$ قرینهٔ (۰) $-۷=-(+۷)=-$ قرینهٔ $(+۷)$

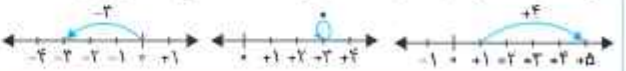
نکته قرینهٔ صفر، برابر خودش است.

نکته قرینهٔ قرینهٔ هر عدد برابر خود عدد است.

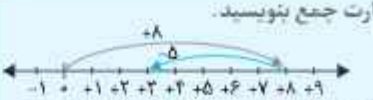
مثال $-۵=-(-(-۵))=-$ قرینهٔ قرینهٔ (-۵)

حرکت روی محور اعداد صحیح

با مشخص بودن مبدأ و جهت حرکت به راحتی می‌توان از روی جابه‌جایی انجام‌شده، یک عدد صحیح را مشخص کرد و یا حتی می‌توان برای دو یا چند حرکت پشت سرهم، عبارت جمع نوشت. به مثال‌های زیر توجه کنید.



مثال برای محور زیر، عبارت جمع بنویسید.



پاسخ: اولین حرکت نشان‌دهندهٔ ۸+ و دومین حرکت نشان‌دهندهٔ ۵− است. (توجه کنید که انتهای یک جابه‌جایی، ابتدای یک جابه‌جایی دیگر است.) پایان این دو حرکت (۳+) است که حاصل جمع را نشان می‌دهد:

$$(+۸)+(-۵)=۳$$

مقایسهٔ اعداد صحیح

به مثال زیر توجه کنید:

الف) $+۷ \square -۱۵$

ب) $+۳ \square -(-۳)$

ج) $+۵ \square ۰$

د) $-۱۰ \square -۱۱$

نکته در قسمت منفی محور اعداد صحیح، هرچه از نقطهٔ صفر (مبدأ) دورتر شویم، اعداد کوچک‌تر می‌شوند.

گستردهٔ عدد صحیح

همان‌طور که در سال‌های گذشته آموخته‌ایم، زمانی که گستردهٔ یک عدد نوشته می‌شود، در حقیقت آن عدد را با توجه به جایگاه ارقامش در جدول ارزش مکانی به‌صورت حاصل جمع می‌نویسیم.

مثال

$$-۷۵۶۷=-۷۰۰۰-۵۰۰-۶۰-۷=-۷۰۰۰+(-۵۰۰)+(-۶۰)+(-۷)$$

سیاه‌چاله ممکن است در نوشتن گستردهٔ اعداد صحیح منفی، تفریق‌ها به جمع تبدیل نشود که اشتباه است. چون گستردهٔ یک عدد برابر است با حاصل‌جمع جایگاه‌های ارزش مکانی یک عدد.

تبدیل تفریق به جمع

با تبدیل تفریق اعداد صحیح به جمع می‌توانیم به پاسخ عبارت اولیه برسیم.

مثال تفریق‌های زیر را به جمع تبدیل کنید.

الف) $-۲-۶=$ ب) $-۹-(-۱۰)=$ ج) $۲-(+۷)=$

پاسخ:

الف) $-۲+(-۶)$ ب) $-۹+۱۰$ (قرینهٔ ۱۰−) ج) $۲+(-۷)$ (قرینهٔ ۷+)

نکته می‌توانیم علامت منفی پشت پرانتز را به معنی قرینهٔ عدد دوم در نظر بگیریم. به‌طور خلاصه، برای تبدیل تفریق دو عدد صحیح به جمع، کافی است عدد اول را با قرینهٔ عدد دوم جمع کنیم.

درس ۲: جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

برای جمع و تفریق کردن اعداد صحیح روش‌های متفاوتی وجود دارد که با بعضی از آن‌ها آشنا شده‌اید. مثلاً آموختید که می‌توان با رسم جابه‌جایی‌های پشت‌سرهم روی محور اعداد، حاصل جمع و تفریق اعداد صحیح را پیدا کرد یا مثلاً برای تفریق اعداد صحیح می‌توان ابتدا تفریق را به جمع تبدیل کرده و سپس حاصل را به‌دست آورد.

در تمرین زیر، روش دیگری برای محاسبهٔ حاصل جمع و تفریق عددهای صحیح را می‌بینیم. (در این روش هر دایره سفید ○، ۱+ و هر دایره رنگی ●، ۱− را نشان می‌دهد.)

مثال برای شکل زیر عبارت جمع بنویسید.

پاسخ: ۳ دایرهٔ سفید با ۳ دایرهٔ رنگی از بین می‌رود و تنها ۲ دایرهٔ سفید باقی می‌ماند: $(+۵)+(-۳)=+۲$: عبارت جمع

نکات مورد استفاده در جمع اعداد صحیح در حالت کلی:

نکته اگر دو عدد **هم‌علامت باشند**، حاصل برابر است با مجموع دو عدد با قرار دادن علامت مشترک آنها.

$$-۳+(-۵)=-۸ \qquad +۴+۷=+۱۱$$