

فصل ۲ ریاضی نهم - دی ماه
(طبقه بندی شده)

هشتگ امتحان

مدت زمان: ۹۰ دقیقه
تعداد سؤال: ۲۱

ردیف	پاسخنامه	درست / نادرست	نمره
۱	هر عدد گویا یک عدد صحیح است. (قم - مدرسه امام خمینی - دی ۹۷)	درست	۰/۲۵
۲	حاصل جمع دو عدد گنگ همیشه عددی گنگ نیست. (تهران - نمونه دولتی شهدای آزادی - دی ۹۶)	درست	۰/۲۵
۳	عدد $0.14333\ldots$ یک عدد گنگ است. (قم - دانشگاه باحیة ۴ - دی ۹۷)	نادرست	۰/۲۵
۴	به ازای هر عدد حقیقی a ، همواره داریم: $ a + a \geq 0$ (تهران - دانشگاه استانی - دی ۹۷)	درست	۰/۲۵
۵	اگر $x < 0$ و $y > 0$ باشد، حاصل $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$ برابر است. (اصفهان - نمونه دولتی الیز - دی ۹۶)	درست	۰/۵
۶	از اجتماع مجموعه های اعداد گویا و گنگ، مجموعه اعداد حاصل می شود. (قم - مدرسه امام خمینی - دی ۹۷)	درست	۰/۵
۷	عدد $\sqrt{47} - 3$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد. (تهران - نمونه دولتی توحید - دی ۹۶)	درست	۰/۵
۸	کدام گزینه با سایر گزینه ها برابر نیست؟ (اصفهان - نمونه دولتی الیز - دی ۹۶)	گزینه د	۰/۵
۹	اگر $ x - y = 0$ باشد می توان نتیجه گرفت: (تهران - دانشگاه استانی - دی ۹۷)	الف) $x > y$ ب) $x < y$ ج) $x = y$	۰/۵
۱۰	کدام کسر نمایش اعشاری مختوم دارد؟	الف) $\frac{2}{70}$ ب) $\frac{3}{20}$ ج) $\frac{11}{42}$ د) $\frac{55}{21}$	۰/۵
۱۱	حاصل عبارت مقابل را بدون نماد قدر مطلق بنویسید. (قم - مدرسه انجمنی - دی ۹۷)	$ 3 - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 3 + \sqrt{3} 2 - \sqrt{2} =$	۱
۱۲	الف) دو عدد گویا بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ بنویسید. (تهران - مدرسه دکتر شریعتی - دی ۹۷)		۰/۵
۱۳	ب) بین ۳ و $\sqrt{11}$ دو عدد گنگ بنویسید. (قم - مدرسه امام خمینی - دی ۹۷)		۰/۵
۱۴	اگر $a = 3$ و $b = -7$ باشد حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. (اصفهان - مدرسه انور پناه - دی ۹۷)	$\frac{ a + b }{ a - b } =$	۰/۵
۱۵	الف) مجموعه متناظر با محور مقابل را با نماد ریاضی بنویسید. (اصفهان - مدرسه شاهد - دی ۹۵)		۰/۵
۱۶	ب) مجموعه $A = \{x x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 5\}$ را روی محور مقابل نمایش دهید.		۰/۵
۱۷	کسرهای مقابل را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.	$\frac{2}{3}, \frac{7}{6}, \frac{12}{5}, \frac{4}{15}$	۰/۵
۱۸	نمایش اعشاری هریک از کسرهای زیر را بنویسید.	صورت کسرها را بر مخرج آنها تقسیم کن و انگوی تکرار را به دست بیاور.	۱
۱۹	حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.	$\frac{4}{22} =$ و $\frac{3}{7} =$	۱/۵
۲۰	الف) $\frac{3 - \frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} =$	ترتیب اولویت اعمال را فراموش نکن.	۱
۲۱	ب) $1 + \frac{2}{5} \div \frac{3}{7} \times \frac{1}{21} - 2$		۱
۲۲	نمایش اعشاری عدد $\sqrt{8}$ و $\frac{5}{9}$ چه تفاوتی با هم دارند؟ توضیح دهید.		۱
۲۳	اعداد مقابل را روی محور نمایش دهید.	ب) $2 - \sqrt{5}$	۱
۲۴	آیا مجموعه $A = \{x x \in \mathbb{Q}, -1 < x \leq 2\}$ را می توان به صورت زیر نمایش داد؟ پاسخ خود را توضیح دهید.	الف) $1 + \sqrt{3}$	۱
۲۵	عبارات کلامی زیر را با زبان ریاضی بنویسید.		۱
۲۶	الف) مجموع قدر مطلق دو عدد، بزرگ تر یا مساوی از قدر مطلق مجموع آن دو عدد است.		۱
۲۷	ب) قدر مطلق حاصل ضرب دو عدد، مساوی با حاصل ضرب قدر مطلق آنهاست.		۱
۲۸	موفق باشید.	جمع نمره	۱۵

در هر مثلث، محل برخورد سه ارتفاع درون مثلث قرار دارد. (نکته - مدرسه آریانه - دی ۹۶)

دو لوزی دلخواه همواره متشابه اند. (فارس - نمونه دولتی شهید آریا - دی ۹۶)

به تشخیصی که بر اساس حدس، اندازه گیری و مشاهده بوده است نمی توانیم به طور کامل اطمینان کنیم.

(کسطن - هشتگ امتحان - دی ۹۷)

در هر مثلث متساوی الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، میانه نیز می باشد. (کسطن - هشتگ امتحان - دی ۹۷)

اگر نسبت محیط های دو مثلث متشابه $\frac{3}{5}$ باشد، نسبت مساحت های این دو مثلث _____ است. (رفعت - هشتگ ناصیه ۲ - دی ۹۷)

هر نقطه که روی _____ زاویه ای باشد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. (کسطن - هشتگ امتحان - دی ۹۷)

اگر زاویه بین دو خط در نقشه 120° باشد زاویه بین خط های متناظر آن در طبیعت _____ است.

به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه بدهد _____ می گوئیم. (سار - مدرسه آریانه - دی ۹۷)

مقیاس یک نقشه ۱ به ۲۰۰۰۰ است اگر فاصله دو نقطه روی نقشه $2/5$ سانتی متر باشد، فاصله این دو نقطه در اندازه واقعی چند کیلومتر است؟

الف) ۵ (ب) ۵۰ (ج) ۵۰۰ (د) ۵۰۰۰

یک عکس مستطیلی به ابعاد ۱۲ و ۱۶ سانتی متر را بزرگ کرده ایم تا عکسی متشابه با آن به دست آید. اگر به عرض عکس ۶ سانتی متر اضافه شده باشد به طولش چند سانتی متر اضافه شده است؟ (المقصود - استعداد های درخشان شهید آزادی (۲) - دی ۹۷)

الف) ۶ (ب) ۸ (ج) ۹ (د) ۱۰

اگر بخواهیم ثابت کنیم «اضلاع مقابل متوازی الاضلاع با هم مساویند» با رسم یکی از قطرها، هم نهشتی دو مثلث ایجاد شده طبق کدام حالت زیر ممکن است؟ (حصص - نمونه دولتی البرز - دی ۹۶)

الف) ض ض ض (ب) ض ض ض (ج) ض ض ض (د) همه موارد

به خواسته مسئله _____ می گوئید. (المقصود - هشتگ امتحان - خرداد ۹۸)

الف) استدلال (ب) اثبات (ج) فرض (د) حکم

آیا استدلال زیر معتبر است؟ دلیل خود را توضیح دهید. (سار - مدرسه آریانه - دی ۹۷)

در هر مربع ضلع ها با هم برابرند. $\Leftarrow$ همه ضلع های ABCD با هم برابر نیستند.

ثابت کنید که هر نقطه مانند P روی عمود منصف پاره خط AB، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است. (فرض و حکم مسئله را نیز مشخص کنید.) (فارس - مدرسه دکتر شریعی - دی ۹۷)

مثلث ABC با اضلاع ۵، ۸ و ۱۲ با مثلث MNP متشابه است اگر اضلاع مثلث MNP به ترتیب از کوچک به بزرگ برابر $5 - x$ ، ۲۴ و $x + 16$ باشند مقدار x را به دست آورید. (قم - مدرسه امام تقی - دی ۹۷)

در شکل زیر O مرکز دایره است و AD و BC بر دایره مماسند. نشان دهید، $BC = AD$ است.

(از رسم عمود منصف و هم نهشتی مثلث ها استفاده کنید.)

قطر مماس در نقطه تماس بر شعاع دایره عمود است.

۱

۱/۵

۱۵

۱۶

۱۶

۱۶

۱۶

۱۶

۱۶

۱۶

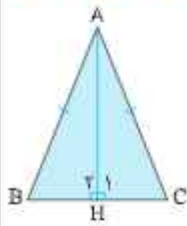
۱۶

۱۶

۱۷

مثلث ABC متساوی الساقین است. AH ارتفاع نظیر A روی ضلع BC است. ثابت کنید: AH نیمساز زاویه A است.

(ایم - جمعک دره لیس - دی ۹۷)



قرض

حکم

۱۸

الف) اگر در مثلث EFG، $\hat{E} + \hat{F} = 70^\circ$ باشد. محل تلاقی عمود منصف‌ها در کجا واقع می‌شود؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

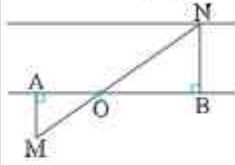
به الفازة زاویه سوم مثلث رجعت کن.

۱۸

۱/۷۵

۱/۷۵

ب) مهدیه دانشجوی رشته نقشه برداری است. او OA را ۶ متر و OB را ۲۰ متر اندازه گرفت. اگر AM برابر ۳ متر و دو مثلث OAM و



OBN متشابه باشند در این صورت: (صم - مدرسه شاهد - دی ۹۵)

نسبت تشابه دو مثلث برابر است.

عرض رودخانه برابر است.

۱۹

آیا اثبات مسئله زیر معتبر است؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید. (صم - نمونه دوزی لیس - دی ۹۶)

مسئله: مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی، 360° درجه می‌باشد.

اثبات: یک مربع را در نظر می‌گیریم. چون چهار زاویه دارد و هر زاویه آن 90° درجه است، مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی 360°

درجه می‌باشد.

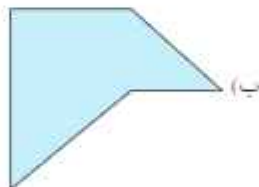
۲۰

دو لوزی با هم متشابه‌اند و نسبت تشابه آنها $\frac{5}{7}$ است اگر محیط لوزی کوچک‌تر برابر 80 باشد، در این صورت طول ضلع لوزی بزرگ‌تر

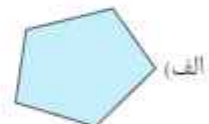
چقدر است؟

۲۱

نوع چند ضلعی‌های زیر را مشخص کنید (محدب، مقعر) و جمله زیر را کامل کنید.



(ب)



(الف)

اگر خط واصل بین هر دو نقطه دلخواه از داخل چندضلعی به طور کامل داخل چندضلعی قرار گیرد آن چندضلعی، است.

۲۱

۱/۷۵

۱۵

جمع نمره

موفق باشید.

۶

فصل ۴ ریاضی نهم - دی ماه (طبقه بندی شده)

آزمون شماره ۴
صفحه درسی: ۵۱



مدت زمان: ۹۰ دقیقه
تعداد سؤال: ۱۹

آزمون

۴

پاسخنامه
۳۱

ردیف

نمره

۱	هر عدد حقیقی مثبت، دو ریشه سوم دارد. (صبر - نمونه دولتی البرز - دی ۹۶)	درست ☐ نادرست ☐	۰/۷۵
۲	حاصل عبارت $4^{-1} + 3^{-2}$ برابر 3^{-1} است. (تلیز - مدرسه امیرالیز - دی ۹۷)	درست ☐ نادرست ☐	۰/۷۵
۳	$(0/02)^4 > (0/02)^5$ (قم - مدرسه امام خمینی - دی ۹۷)	درست ☐ نادرست ☐	۰/۷۵
۴	برای گویا کردن مخرج کسر $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{8}}$ می توانیم صورت و مخرج را در $\sqrt{2}$ ضرب کنیم. (مازندران - شاکتک استانی - خرداد ۹۸)	درست ☐ نادرست ☐	۰/۷۵
۵	اگر $x + \sqrt{12} = 5\sqrt{3}$ باشد، در این صورت مقدار عددی x برابر است. (گیلان - شاکتک ناحیه ۲ - دی ۹۷)		۰/۵
۶	اگر $m^{-n} = \frac{1}{47}$ باشد، آنگاه مقدار m^n برابر است. (اصفهان - استفاده های درخشان شهید آبهی ۷ - دی ۹۷)		۰/۵
۷	اعداد $\frac{3}{4}$ و $\frac{3}{4}$ ریشه های دوم عدد هستند. (ایلام - شاکتک دره شهر - دی ۹۷)		۰/۵
۸	مربع ریشه سوم عدد ۵۱۲ کدام است؟ (صبر - نمونه دولتی البرز - دی ۹۶)	الف) ۶۴ ب) ۸ ج) ۱۶ د) ۳۲	۰/۵
۹	کدام گزینه از بقیه بزرگ تر است؟ (ایلام - شاکتک دره شهر - دی ۹۷)	الف) 5^3 ب) $(5^3)^2$ ج) 5^{2^2} د) $(5^2)^2$	۰/۵
۱۰	حاصل $9^{-5} + 9^{-5} + 9^{-5}$ برابر کدام گزینه است؟ (ایلام - شاکتک دره شهر - دی ۹۷)	الف) 9^{-15} ب) 27^{-5} ج) 3^{-9} د) 3^{-11}	۰/۵
۱۱	اعداد توان دار زیر را مقایسه کنید. ($< > =$) (قم - نمونه دولتی شهید آبهی - دی ۹۶)	$(\frac{1}{8})^{-2} \square (\frac{1}{8})^4$ $(\frac{1}{5})^{-2} \square (\frac{1}{3})^{-2}$ $3^{-7} \square 3^{-2}$	۰/۷۵
۱۲	الف) حاصل عبارت مقابل را با نماد علمی بنویسید.	$3/25 \times 10^{-12} \times 16 \times 10^7 =$	۰/۵
۱۳	ب) نمایش اعشاری هر عدد را بنویسید. (یزد - نمونه دولتی رسولی - دی ۹۵)	$2/05 \times 10^{-5} =$ $4/005 \times 10^6 =$	۰/۷۵
۱۴	حاصل عبارت ها را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. (خراسان رضوی - استفاده های درخشان شهید صافی - دی ۹۷)	$\frac{y}{\sqrt[3]{49}} =$ $(\frac{y}{\sqrt{2}})^4 \times (\sqrt{2})^5 =$	۱/۵
۱۵	الف) حاصل هر کدام از اعداد زیر را به صورت توان دار بنویسید.	$5^{-2} \times 15^4 \times 3^{-2} =$ $(\frac{x}{y})^{-5} \times (\frac{y}{x})^2 =$	۱
۱۶	حاصل عبارت مقابل را به ساده ترین صورت بنویسید. (قم - شاکتک ناحیه ۱ - دی ۹۷)	$\sqrt{(0/7^{20} - 0/7^{15})^2} =$ $(\frac{9^{ab}}{4^a} + \frac{125^{ab}}{5^{2a}}) \times 5^{ab} =$	۱
۱۷	اگر $3^a = 2$ و $5^b = 3$ ، در این صورت حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.	$\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt{a^2} + \sqrt{(-a)^2} =$	۱/۵
۱۸	اگر $a < 0$ باشد، عبارت مقابل را به ساده ترین صورت بنویسید.	محیط مربعی برابر $\sqrt{8}$ سانتی متر است، طول قطر این مربع چند سانتی متر است؟	۱/۵
۱۹	با ذکر دلیل علت درستی و یا نادرستی تساوی های زیر را بیان کنید.	$\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$ $\sqrt[3]{x^2} = (\sqrt[3]{x})^2$	۱
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره	۱۵

دی ماه هشتاد و هشتام

۱- درست؛ شمارنده های طبیعی عدد ۲۴ کاملاً مشخص و معین هستند:

شمارنده های طبیعی عدد ۲۴: $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

۲- نادرست؛ اشتراک هر مجموعه با مجموعه تهی برابر مجموعه تهی

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

است.

۳- درست

$$W - N = \{0\}$$

۴- نادرست؛ زیرا:

۵- ۲ عضو؛ عضوهای تکراری را کنار می گذاریم؛ پس داریم:

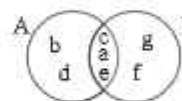
$$\{a, \{a\}, \{a, a\}, \{a, a, a\}, \dots\} = \{a, \{a\}, \{a\}, \{a\}, \dots\} \\ = \{a, \{a\}\}$$

$$A - B \subseteq A, A - \frac{5}{6} - \frac{7}{6}$$

۸- گزینه «د»؛ تهی زیر مجموعه هر مجموعه است.

۹- گزینه «الف»؛ اعداد طبیعی زیر مجموعه اعداد گویا است.

۱۰- گزینه «ج»؛ عضوهای مجموعه A به صورت «۱ و ۰» و زیرمجموعه های آن $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}$ است.



۱۱- الف

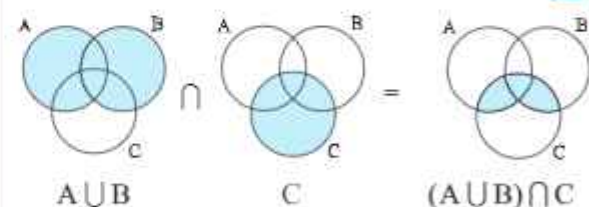
$$A - B = \{b, d\} - \{a, c, e, g, f\} = \{b, d\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e\} \cup \{a, c, e, g, f\} = \{a, b, c, d, e, g, f\}$$

$$n(A) = 5, n(A \cap B) = 3, n(B - A) = 2$$

۱۲- الف؛ یعنی تعداد عضوهای مجموعه A و با توجه به تعداد از چن رسم شده به راحتی می توان

تعداد عضوهای هر کدام را مشخص کرد.



۱۳- مجموعه A مضارب طبیعی عدد ۱۰ است، بنابراین:

$$A = \{10n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

۱۴- k عضو اعداد طبیعی و کوچکتر یا مساوی ۳ است پس k می تواند

۱ و ۲ و ۳ باشد. حال با قرار دادن مقادیر k در $2k + 1$ داریم:

$$B = \{3, 5, 7\}$$

$$B \cap C = \{4, 5\} \quad A - C = \{1, 2, 3\}$$

$$\{2, a\} \subseteq B \quad 2 \notin B$$

$$-\sqrt{16} = -4 \in C \quad \{1, 2\} \not\subseteq A \cap B = \{3, \sqrt{7}\}$$

۱۵- مجموعه ای یک عضوی است پس $2x - 5 = 25 - 3x$ با هم

$$2x - 5 = 25 - 3x \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = 6$$

$$2x - 5 \xrightarrow{x=6} 12 - 5 = 7$$

$$\{5, -3, \frac{2}{5}, \frac{9}{3}\} = \{\frac{2}{5}, 3, \frac{-\sqrt{144}}{4}, 4, \sqrt{25}\}$$

۱۵-

$$\frac{-\sqrt{144}}{4} = \frac{-12}{4} = -3, \frac{9}{3} = 3, \sqrt{25} = 5$$

۱۶- مجموعه کل حالت ها در پرتاب دو تاس برابر $6 \times 6 = 36$ است:

$$n(S) = 36$$

A را پیشامد مجموع دو عدد رو شده برابر ۷ در نظر می گیریم:

$$A = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

۱۷- الف؛ پسر: پ، دختر: د

$$S = \{(د, د, د), (د, د, پ), (د, پ, د), (پ, د, د),$$

$$(د, پ, پ), (پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, پ, پ)\} \Rightarrow n(S) = 8$$

$$A = \{(د, د, پ), (پ, د, د)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

ب

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$n(S) = 90$$

۱۸- تعداد اعداد زوج واقعی برابر ۹۰ است (از ۰ تا ۹۹).

الف؛ نصف اعداد از ۱۰ تا ۹۹ زوج و نصف دیگر فرد است؛ پس:

$$n(A) = 45$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$$

ب؛ B را پیشامد رو شدن اعدادی که مجموع ارقامشان برابر ۳ باشد در

$$B = \{12, 21, 30\} \Rightarrow n(B) = 3$$

نظر می گیریم:

$$p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$$

آزمون شماره ۲ فصل ۲

۱- نادرست؛ مجموعه اعداد صحیح، زیرمجموعه اعداد گویاست؛ پس

هر عدد صحیح، عددی گویاست ولی عکس آن لزوماً درست نیست.

۲- درست؛ برای مثال حاصل جمع دو عدد گنگ $\sqrt{2} - \sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$ برابر

$$2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$$

۲ است.

۳- نادرست؛ عدد مورد نظر نمایش اعشاری متناوب دارد؛ پس گویاست.

$$|a| + a \geq 0 \xrightarrow{a \geq 0} a + a \geq 0 \Rightarrow 2a \geq 0$$

درست

$$|a| + a \geq 0 \xrightarrow{a < 0} -a + a \geq 0 \Rightarrow 0 \geq 0$$

$$y - x$$

$$\sqrt{x^2} = |x| \xrightarrow{x < 0} -x \quad \sqrt{y^2} = |y| \xrightarrow{y > 0} y$$

$$Q \cup Q' = \mathbb{R}$$

۶- حقیقی؛ $\mathbb{R}$

$$-10 \text{ و } -9$$

$$\sqrt{36} < \sqrt{47} < \sqrt{49} \Rightarrow 6 < \sqrt{47} < 7$$

$$\Rightarrow -7 < -\sqrt{47} < -6 \Rightarrow -7 - 2 < -2 - \sqrt{47} < -6 - 2$$

$$\Rightarrow -10 < -2 - \sqrt{47} < -9$$

۸- گزینه «الف»

$$N - Z = Q \cap Q' = Q' \cap Z = \emptyset, W - N = \{0\}$$

۹- گزینه «ج»؛ مقدار قدر مطلق زمانی برابر صفر است که مقدار داخل آن

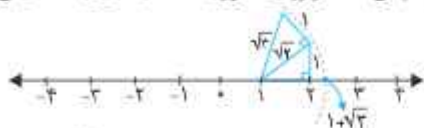
$$x - y = 0 \Rightarrow x = y$$

برابر صفر باشد.

۱۸- $\frac{5}{9}$ و $\sqrt{8}$ هر دو نمایش اعشاری نامختوم دارند با این تفاوت که نمایش اعشاری $\frac{5}{9}$ متناوب و دارای نظم ولی $\sqrt{8}$ عددی گنگ است و

نمایش اعشاری آن دارای تناوب، نظم و ترتیب نیست.

۱۹- الف) $\sqrt{3}$ وتر مثلث قائم الزاویه‌ای با اضلاع قائم ۱ و $\sqrt{2}$ است؛ پس ابتدا $\sqrt{2}$ و سپس $\sqrt{3}$ را روی محور با نقطه ابتدای یک نمایش می‌دهیم.



ب) وتر مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم ۲ و ۱ برابر $\sqrt{5}$ است. این مثلث را با شروع از نقطه ۲ رسم می‌کنیم و چون علامت $\sqrt{5}$ منفی است؛ باید به سمت چپ حرکت کنیم و کمان را در سمت چپ رسم می‌کنیم.



۲۰- خیر؛ چون x ها فقط باید از مجموعه اعداد گنگ انتخاب شوند و در فاصله مشخص شده روی محور، اعداد گویا نیز وجود دارند.

$$|a| + |b| \geq |a + b|$$

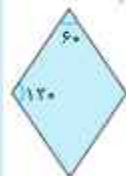
۲۱- الف)

$$|ab| = |a| \cdot |b|$$

ب)

آزمون شماره ۳ فصل ۳

۱- نادرست؛ در مثلثی با یک زاویه باز، محل برخورد ارتفاع‌ها خارج از مثلث و برای مثلث قائم الزاویه محل برخورد ارتفاع‌ها، بر روی رأس قائم است.



۲- نادرست؛ دو لوزی دلخواه

زمانی متشابه هستند که یک

زاویه برابر داشته باشند.

۳- درست

۴- درست

$$5 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

۶- نیمساز

۷- 120° ؛ زاویه‌های متناظر در شکل‌های متشابه با هم برابرند.

۸- اثبات

۹- گزینه «الف»

$$\frac{1}{2 \dots \dots} = \frac{2/5}{x} \Rightarrow x = 2/5 \times 20 \dots \dots = 5 \dots \dots \text{ متر}$$

۵ کیلومتر = 5000 متری

$$\frac{12}{16} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{18 \times 16}{12} = 24$$

۱۰- گزینه «ب»

$$24 - 16 = 8$$

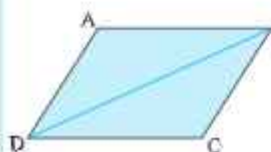
۱۱- گزینه «ج»؛ چون برابری ضلع‌های

متوازی الاضلاع جزء حکم مسئله هستند

نمی‌توانیم از برابری آنها در اثبات مسئله

استفاده کنیم؛ بنابراین از برابری دوزاویه

وضلع مسئله راثبات می‌کنیم.



۱۰- گزینه «ب»؛ اعدادی نمایش اعشاری مختوم دارند که پس از ساده شدن در تجزیه مخرجشان به شمارنده‌های اول، فقط شمارنده‌های ۲ و ۵ را داشته باشد.

$$\frac{2}{70} = \frac{1}{35} \Rightarrow 35 = 5 \times 7 \quad \frac{3}{20} \Rightarrow 20 = 2^2 \times 5$$

$$\frac{11}{42} \Rightarrow 42 = 2 \times 3 \times 7 \quad \frac{55}{21} \Rightarrow 21 = 3 \times 7$$

۱۱- ابتدا محدوده مقادیر رادیکالی را مشخص می‌کنیم:

$$3 - \sqrt{5} > 0 \Rightarrow |3 - \sqrt{5}| = 3 - \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} - 3 < 0 \Rightarrow |\sqrt{5} - 3| = 3 - \sqrt{5}$$

$$2 - \sqrt{2} > 0 \Rightarrow |2 - \sqrt{2}| = 2 - \sqrt{2}$$

$$|3 - \sqrt{5}| + |\sqrt{5} - 3| + |\sqrt{2}| 2 - \sqrt{2}| = 3 - \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5}$$

$$+ \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 6 - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

۱۲- الف)؛ با توجه به اینکه با جمع صورت‌ها و مخرج‌های دو کسر، کسری

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{7} + \frac{8}{11} + \frac{3}{4}$$

بین دو کسر به دست می‌آید؛ داریم:

ب) ۳، برابر $\sqrt{9}$ است؛ پس هر عدد بین ۹ و ۱۱ زیر رادیکال قرار دهیم

عدد گنگ بین ۳ و $\sqrt{11}$ خواهد بود. البته باید حواسمان به

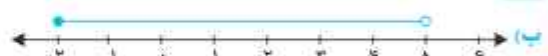
مربع‌های کامل باشد.

۱۳- با قرار دادن مقادیر $a = 3$ و $b = -7$ در رابطه داریم:

$$\frac{|a| + |b|}{|a - b|} = \frac{a=3, b=-7}{\frac{|3| + |-7|}{|3 - (-7)|}} = \frac{3+7}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\{x | x \in \mathbb{R}, x < -1\}$$

۱۴- الف)



۱۵- برای مقایسه راحت‌تر کسرها؛ بهتر است مخرج مشترک همه کسرها

را به دست آوریم: $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$, $\frac{7}{6} = \frac{35}{30}$, $\frac{12}{5} = \frac{72}{30}$, $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$

$$\frac{4}{15} < \frac{2}{3} < \frac{7}{6} < \frac{12}{5}$$

۱۶- با تقسیم صورت بر مخرج هر کدام از کسرها داریم:

$$\frac{4}{33} = 0.121212... = 0.1\overline{2}$$

$$\frac{7}{27} = 0.259259... = 0.2\overline{59}$$

۱۷-

$$\frac{3 - \frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{2}} = \frac{2\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{2\frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = 1$$

$$\frac{\frac{5}{2}}{2\frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{25}{24}$$

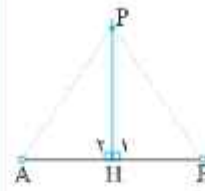
$$1 + \frac{2}{5} \div \frac{3}{7} \times \frac{1}{21} - 2 = 1 + \frac{2}{15} \times \frac{1}{7} - 2$$

$$= 1 + \frac{2}{45} - 2 = \frac{2}{45} - 1 = -\frac{43}{45}$$

۱۲- گزینه «د»

۱۳- خیر؛ چون در لوزی نیز ضلع‌ها با هم برابرند و ممکن است ABCD لوزی باشد.

۱۴-



فرض	$AH = BH, \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$
حکم	$AP = PB$

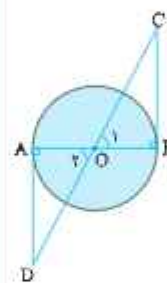
$$\left. \begin{array}{l} AH = BH \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ PH = PH \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(قضیه)}} \triangle APH \cong \triangle BPH \Rightarrow PA = PB$$

۱۵- دو مثلث متشابه‌اند؛ پس نسبت اضلاع متناظرشان با هم برابر است.

$$\frac{5}{x-5} = \frac{8}{24} = \frac{12}{x+16}$$

$$\frac{5}{x-5} = \frac{8}{24} \Rightarrow 8x - 40 = 120 \Rightarrow 8x = 160 \Rightarrow x = 20$$

۱۶- خط مماس در نقطه تماس بر شعاع وارد بر

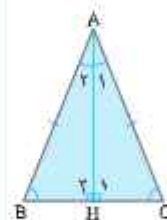


آن عمود است؛ پس $\hat{B} = \hat{A} = 90^\circ$. همچنین $\overline{OA}$ و $\overline{OB}$ شعاع‌های دایره هستند؛ پس با هم

برابرند و در آخر زاویه‌های $\hat{O}_2$ و $\hat{O}_1$ متقابل به

$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(قضیه)}} \triangle OBC \cong \triangle OAD \Rightarrow AD = BC$$

۱۷-



فرض	$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ, \hat{B} = \hat{C}, AB = AC$
حکم	$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ AH = AH \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک ضلع)}} \triangle ABH \cong \triangle ACH \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

۱۸- الف؛ مجموع دو زاویه در این مثلث برابر 70° است؛ پس زاویه سوم این مثلث برابر 110° درجه است و در مثلث‌هایی با یک زاویه باز محل برخورد عمود منصف‌های اضلاع در خارج از مثلث یکدیگر را قطع می‌کند.

ب؛ نسبت تشابه دو مثلث $\frac{6}{20}$ یا $\frac{3}{10}$ است.

$$\frac{AO}{OB} = \frac{AM}{BN} \Rightarrow \frac{6}{20} = \frac{6}{BN} \Rightarrow 6BN = 120 \Rightarrow BN = 20$$

عرض رودخانه برابر 10 متر است.

۱۹- این اثبات معتبر نیست، این مسئله در مورد تمامی چهارضلعی‌هاست و از بررسی یک چهارضلعی خاص نمی‌توان حکم کلی در مورد آن داد.

۲۰- اندازه یک ضلع لوزی کوچک $80 \div 4 = 20$

$$\frac{5}{y} = \frac{20}{x} \Rightarrow 5x = 20y$$

اندازه ضلع لوزی بزرگ $x = 28$

۲۱- الف؛ محدب ب؛ مقعر

محدب؛ اگر خطی دو نقطه را در دو نقطه تقاطع درون چندضلعی، به طور کامل داخل چندضلعی قرار گیرد، آن چندضلعی محدب است.

آزمون شماره ۴ فصل ۴

۱- نادرست؛ هر عدد حقیقی فقط یک ریشه سوم دارد.

$$2^{-2} + 4^{-1} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 2^{-1} \text{ درست}$$

۲- نادرست؛ برای اعداد بین صفر و یک با پایه‌های برابر هرجه توان بیشتر عدد کوچک‌تر می‌شود.

۳- درست

$$\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{4 \times 2}} = \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{4} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{10\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{20}$$

$$x + \sqrt{12} = 5\sqrt{3} \Rightarrow x + \sqrt{4 \times 3} = 5\sqrt{3} \Rightarrow x + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \Rightarrow x = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$m^{-n} = \frac{1}{m^n} \text{ برای } m \text{ و } n \text{ غیرصفر داریم}$$

$$\frac{9}{16}$$

$$(\sqrt[3]{512})^2 = (\sqrt[3]{8^3})^2 = 8^2 = 64$$

۸- گزینه «الف»

$$5^{2^2} = 5^4, (5^2)^2 = 5^4, 5^{2^2} = 5^4, (5^2)^2 = 5^4$$

۹- گزینه «الف»

$$(5^2)^2 = (5^2)^2 < 5^{2^2} < 5^{2^2}$$

پس:

۱۰- گزینه «ج»

$$9^{-5} + 9^{-5} + 9^{-5} = 3 \times 9^{-5} = 3 \times (3^2)^{-5} = 3 \times 3^{-10} = 3^{-9}$$

۱۱- برای مقایسه راحت‌تر، به‌قدر است اعداد را با توان مثبت بنویسیم.

$$3^{-7} = \left(\frac{1}{3}\right)^7, 3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow 3^{-7} < 3^{-2}$$

$$\left. \begin{array}{l} (0.5)^{-7} = \left(\frac{5}{10}\right)^{-7} = \left(\frac{10}{5}\right)^7 = 2^7 \\ (0.3)^{-7} = \left(\frac{3}{10}\right)^{-7} = \left(\frac{10}{3}\right)^7 = \left(\frac{10}{3}\right)^7 \end{array} \right\} \Rightarrow (0.5)^{-7} < (0.3)^{-7}$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = 8^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} \equiv \left(\frac{1}{8}\right)^2$$

۱۲- الف؛ اعداد را در هم و پایه‌های ۱۰ را در هم ضرب می‌کنیم.

$$3/25 \times 16 \times 10^{-12} \times 10^7 = 52 \times 10^{-6} = 5/2 \times 10^{-5}$$

$$2/05 \times 10^{-5} = 0.000205$$

ب؛

$$4/005 \times 10^6 = 4005000$$

آزمون

۴

هشتاد و هشت

۳۱

$$-۱۳ \quad \frac{y}{\sqrt[3]{49}} = \frac{y}{\sqrt[3]{7^2}} \times \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{y\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7^3}} = \frac{y\sqrt[3]{7}}{7} = \frac{\sqrt[3]{7}}{y}$$

$$\text{ب} \quad \left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right)^5 \times (\sqrt{2})^5 = \frac{r^5}{(\sqrt{2})^5} \times (\sqrt{2})^5 = \frac{r^5}{(\sqrt{2})^0} = \frac{r^5}{1} = r^5$$

$$-۱۴ \quad \Delta^{-2} \times 15^4 \times 3^{-2} = \Delta^{-2} \times 3^{-2} \times 15^4 = 15^{-2} \times 15^4 = 15^2$$

$$\text{ب} \quad \left(\frac{x}{y}\right)^{-5} \times \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \left(\frac{y}{x}\right)^5 \times \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \left(\frac{y}{x}\right)^7$$

$$-۱۵ \quad \sqrt{((\circ/\gamma)^{20} - (\circ/\gamma)^{15})^2} = |(\circ/\gamma)^{20} - (\circ/\gamma)^{15}|$$

با توجه به اینکه برای اعداد بین صفر و یک با پایه‌های برابر، هرچه توان بزرگ‌تر، عدد کوچک‌تر می‌شود؛ پس $(\circ/\gamma)^{20} < (\circ/\gamma)^{15}$ ؛ بنابراین $(\circ/\gamma)^{20} - (\circ/\gamma)^{15}$ عددی منفی است؛ پس:

$$|(\circ/\gamma)^{20} - (\circ/\gamma)^{15}| = -((\circ/\gamma)^{20} - (\circ/\gamma)^{15}) = -(\circ/\gamma)^{20} + (\circ/\gamma)^{15}$$

$$-۱۶ \quad \left(\frac{q^{ab}}{r^a} + \frac{12\Delta^{ab}}{\Delta^{ra}}\right) \times \Delta^{ab} = \left(\frac{r^{tab}}{r^{ra}} + \frac{\Delta^{rah}}{\Delta^{ra}}\right) \times \Delta^{ab}$$

$$= \left(\frac{(r^b)^{ra}}{r^{ra}} + \frac{(\Delta^a)^{ra}}{(\Delta^a)^{ra}}\right) \times (\Delta^a)^b \stackrel{r^b=r}{\Delta^a=r} \left(\frac{r^{ra}}{r^{ra}} + \frac{r^{ra}}{r^{ra}}\right) \times r^b$$

$$= \left(1 + \frac{(r^b)^r}{r^r}\right) \times r^b \stackrel{r^b=r}{=} \left(1 + \frac{r^r}{r^r}\right) \times r$$

$$= \left(1 + \frac{1}{1}\right) \times r = 2 + \frac{16}{9} = 2\frac{16}{9}$$

$$-۱۷ \quad \sqrt[3]{a^2} - r\sqrt{a^2} + \sqrt{(-a)^2}$$

$$= a - r|a| + |-a| \stackrel{a < 0}{-a > 0} = a - r(-a) + (-a)$$

$$= a + ra - a = ra$$

-۱۸

$$\begin{array}{c} A \quad \sqrt{5} \quad B \\ \diagdown \quad \diagup \\ \sqrt{5} \quad \diagdown \quad \diagup \\ D \quad \quad C \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{اندازه یک ضلع مربع: } \sqrt{40} = \sqrt{16 \times 2.5} = 4\sqrt{2.5} \\ 4\sqrt{2.5} \div 4 = \sqrt{2.5} \end{array}$$

با توجه به قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AD^2 = BD^2 \Rightarrow (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = BD^2$$

$$\Rightarrow 5 + 5 = BD^2 \Rightarrow BD = \sqrt{10}$$

$$-۱۹ \quad \sqrt[3]{x^2} = (\sqrt[3]{x})^2 \quad \text{همواره درست است ولی رابطه } \sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2 \text{ برای } x \text{ های منفی درست نیست؛ چون اعداد منفی ریشه دوم ندارند.}$$

آزمون شماره ۵ نوبت اول دی ماه

۱- نادرست (۰/۷۵) در کلمه «ریاضی» حرف «ی» دو بار تکرار شده و مجموعه حروف کلمه ریاضی، ۴ عضوی است. (فصل ۱- درس ۱)

۲- درست (۰/۷۵) (فصل ۲- درس ۳)

۳- نادرست (۰/۷۵) (فصل ۲- درس ۱)

۴- درست (۰/۷۵) (فصل ۴- درس ۳)

$$\frac{3}{5} = 0.6$$

$$-۵ \quad \frac{13}{36} \quad (۰/۷۵) \quad \text{فصل ۴- درس ۱}$$

$$3^{-2} + 3^{-2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۶- حقیقی (۰/۷۵) (فصل ۲- درس ۲)

$$3^2 = 9 \quad (۰/۷۵) \quad \text{فصل ۱- درس ۳}$$

۸- بی‌شمار (۰/۷۵) (فصل ۲- درس ۳)

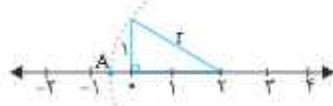
$$xy^{-1} = \frac{x}{y} \quad (۰/۷۵) \quad \text{گزینه ۵} \quad \text{فصل ۴- درس ۱}$$

۱۰- گزینه ۵ (۰/۷۵) (فصل ۱- درس ۱)

۱۱- گزینه الف (۰/۷۵) (فصل ۴- درس ۳)

$$\sqrt{(2-\sqrt{2})^2} = |2-\sqrt{2}| \xrightarrow{2-\sqrt{2} > 0} (2-\sqrt{2}) = -2+\sqrt{2}$$

۱۲- گزینه ب (۰/۷۵) (فصل ۲- درس ۳)



$$1^2 + 2^2 = r^2 \Rightarrow r^2 = 5 \Rightarrow r = \sqrt{5}$$

نقطه شروع ۳ و ۴ و ۵ در سمت چپ زده شده $(-\sqrt{5})$ در نتیجه نقطه $A = 2 - \sqrt{5}$ است.

۱۳- الف (فصل ۱- درس ۱) (۰/۷۵) نادرست $a \notin B$

(۰/۷۵) درست $\{r, 2\} \subseteq A$

ب (فصل ۱- درس ۳)

$$(A \cap B) \cup C = \{a, r\} \cup \{a, c, b, \gamma\} = \{a, r, c, b, \gamma\} \quad (۰/۵)$$

$$(A - C) \cup B = \{r, 2\} \cup \{r, 4, a, c\} = \{r, 2, 4, a, c\} \quad (۰/۵)$$

$$-۱۴ \quad \text{الف} \quad x = -1, 0, 1$$

$$\Rightarrow x^2 + x \xrightarrow{x=-1} (-1)^2 + (-1) = 0$$

$$x^2 + x \xrightarrow{x=0} 0^2 + 0 = 0$$

$$x^2 + x \xrightarrow{x=1} 1^2 + 1 = 2$$

$$A = \{0, 2\} \quad (۰/۵)$$

$$\text{ب} \quad \left\{\frac{1}{r}, \sqrt[3]{49}, y, \frac{r}{5}\right\} = \left\{\sqrt[3]{\frac{4}{25}}, x, 0.5, r\right\}$$

$$x = \sqrt[3]{49} = 7 \quad (۰/۷۵) \quad \text{و} \quad y = 2 \quad (۰/۷۵) \quad \text{فصل ۱- درس ۲}$$

$$-۱۵ \quad \text{الف} \quad n(S) = 36$$

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad (۰/۵)$$

$$\text{ب} \quad B = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)\}$$

$$\Rightarrow n(B) = 5 \Rightarrow p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36} \quad (۰/۵) \quad \text{فصل ۱- درس ۴}$$

$$-۱۶ \quad \text{الف} \quad A = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad (۰/۵)$$

ب تنها عدد زوج و اول ۲ است. (۰/۷۵)

(فصل ۱- درس ۳)

فصل ۱: مجموعه‌ها

معرفی مجموعه

مجموعه دسته‌ای از اشیاء کاملاً مشخص و غیرتکراری است. اعضای مجموعه را داخل دو آکولاد $\{ \}$ قرار داده و با یکی از حروف انگلیسی بزرگ مانند A, B و ... نام‌گذاری می‌کنیم.

تمرین ۱-۱ کدام یک از عبارات زیر یک مجموعه را مشخص می‌کند؟

(الف) سه عدد طبیعی (ب) اعداد طبیعی زوج کوچک‌تر از ۱۰

پاسخ: (الف) برای این قسمت چندین جواب متفاوت می‌توان در نظر گرفت برای مثال:

۱۵ و ۱۰ و ۵ یا ۱۰۰ و ۱۰ و ۱ یا ۳ و ۲ و ۱

پس نشان‌دهنده یک مجموعه نیست چون اعضای آن کاملاً مشخص نیست.

(ب) ۸ و ۶ و ۴ و ۲ اعداد طبیعی زوج کوچک‌تر از ۱۰ هستند و کاملاً مشخص، پس نشان‌دهنده یک مجموعه است.

۲- شکل صحیح نمایش $A = \{1, 2, 3, 2, 1\}$ را بنویسید.

پاسخ: عضوهای یک مجموعه باید غیرتکراری باشند؛ پس عضوهای تکراری را حذف می‌کنیم.

$$A = \{1, 2, 3, \cancel{2}, \cancel{1}\} \rightarrow A = \{1, 2, 3\}$$

1^3 برابر ۱ است و عضو تکراری محسوب می‌شود پس آن را نیز حذف می‌کنیم.

تمرین ۱-۲ در نمایش یک مجموعه، ترتیب نوشتن اعضا یا جابه‌جایی آنها مجموعه جدیدی را به وجود نمی‌آورد.

$\{1, 2, 3\}$ و $\{2, 1, 3\}$ و $\{3, 2, 1\}$

مجموعه‌های بالا هیچ فرقی با هم ندارند و هر سه نشان‌دهنده یک مجموعه هستند.

عضویت در مجموعه

مجموعه $A = \{2, 4, 6, 8\}$ را در نظر بگیرید به هر کدام از اعداد ۸ و ۶ و ۴ و ۲ یک عضو مجموعه A می‌گویند. عضو بودن را با نماد $\in$ و عضو نبودن را با نماد $\notin$ مشخص می‌کنند برای مجموعه A داریم:

$$2 \in A, 4 \in A, 6 \in A$$

مجموعه تهی

مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد را مجموعه تهی می‌نامند و آن را به صورت $\emptyset$ یا $\{ \}$ نمایش می‌دهند.

تمرین ۱-۳ هیچ‌گاه مجموعه تهی را به صورت $\{\emptyset\}$ نمایش ندهید.

تمرین ۱-۴ کدام یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه تهی است؟

(الف) اعداد اول زوج (ب) اعداد صحیح بین صفر و ۱-

پاسخ: (الف) ۲ عددی زوج و اول است پس این مجموعه تهی نیست.

(ب) عدد صحیحی بین صفر و ۱- وجود ندارد؛ پس مجموعه تهی است.

نمایش مجموعه‌ها

۱- نمایش توصیفی مجموعه: معرفی یک مجموعه با ویژگی‌های اعضای آن با یک جمله فارسی، نمایش توصیفی مجموعه گفته می‌شود.

تمرین ۱-۱ مجموعه $A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ را با نمایش توصیفی بیان کنید.

پاسخ: A مجموعه مضارب طبیعی عدد ۵ است که کوچک‌تر از ۳۵ هستند.

۲- نمایش مجموعه با اعضا: اگر اعضای مجموعه داخل دو آکولاد بسته $\{ \}$ قرار دهیم، مجموعه را با اعضایش نمایش داده‌ایم.

۳- نمودار ون: نمایش عضوهای یک مجموعه را داخل یک منحنی بسته، نمودار ون آن مجموعه می‌نامند. برای مثال مجموعه $A = \{2, 3, 7, 8\}$ را به شکل زیر می‌توان نمایش داد.



۴- نمایش مجموعه با نمادهای ریاضی: برای نمایش مجموعه‌ها با نمادهای ریاضی به مثال‌های زیر توجه کنید.

تمرین ۱-۱ مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی نمایش دهید.

(الف) $A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(ب) $B = \{\dots, -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, \dots\}$

پاسخ: (الف) عضوهای مجموعه A اعداد طبیعی بین ۴ و ۱۱ است. متغیر n را برای نمایش اعضای A در نظر می‌گیریم و n را عضو اعداد طبیعی و بین ۴ و ۱۱ قرار می‌دهیم.

$$A = \{n \mid n \in \mathbb{N}, 4 < n < 11\}$$

(ب) عضوهای مجموعه B مضارب صحیح ۳ است، جمله n ام مضارب ۳ به صورت $3n$ است؛ در نتیجه داریم:

۲- مجموعه زیر را با نوشتن اعضا نشان دهید.

$$A = \{x - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$$

$$A = \{x - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$$

شرایط انتخاب x

ابتدا با توجه به شرایط انتخاب x ، مقادیر آن را مشخص می‌کنیم و سپس آنها را در $x - 1$ جای‌گذاری می‌کنیم.

x ها جزء اعداد صحیح و $-2 \leq x \leq 2$ پس x می‌تواند مقادیر مقابل باشد:

$$x = -2, -1, 0, 1, 2$$

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

مجموعه‌های زیر و نمایش آنها با نمادهای ریاضی را به خاطر بسپارید.

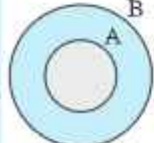
مجموعه عددهای طبیعی زوج: $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$

مجموعه عددهای طبیعی فرد: $O = \{1, 3, 5, 7, \dots\} = \{2n - 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$

مجموعه عددهای گویا: $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$

زیرمجموعه

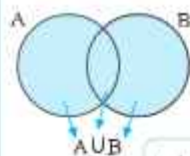
مجموعه A را زیرمجموعه مجموعه B می‌گوییم زمانی که هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B باشد و آن را به صورت $A \subseteq B$ نمایش می‌دهیم. اگر مجموعه A ، زیرمجموعه B نباشد، می‌نویسیم $A \not\subseteq B$.



تمرین ۱-۲ اگر A زیرمجموعه B باشد ($A \subseteq B$) در

نمودار ون این دو مجموعه، منحنی بسته مربوط به مجموعه A درون B قرار می‌گیرد.

اجتماع دو مجموعه



اجتماع دو مجموعه A و B مجموعه‌ای از عضوهایی است که در A یا B یا هر دو باشند و آن را با نماد $A \cup B$ نمایش می‌دهیم.

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ باشد، مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $A \cap B$ ب) $A \cup B$

پاسخ: الف) اشتراک دو مجموعه A و B عضوهای مشترک این دو مجموعه است.

$$A \cap B = \{4, 5\}$$

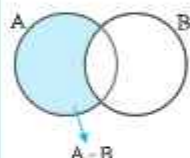
ب) اجتماع دو مجموعه A و B ، عضوهای A و B به همراه عضوهای مشترکشان است. فقط حواستان باشد عضوهای تکراری را حذف کنید.

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

۱- اجتماع و اشتراک مجموعه‌ها خاصیت جابه‌جایی دارد:

$$1) A \cap B = B \cap A \quad 2) A \cup B = B \cup A$$

تفاضل دو مجموعه



مجموعه $A - B$ (منهای B) مجموعه‌ای است که عضوهای آن در A باشند ولی در B نباشند.

$$A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$$

برای مشخص کردن اعضای مجموعه $A - B$ ، اول عضوهای مجموعه A را بنویسید و بعد آنهایی را که در B هستند، خط بزنید.

اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{3, 5, 7\}$ باشد، مجموعه $A - B$ را با اعضایش مشخص کنید.

$$A - B = \{1, 2, \cancel{3}, 4, \cancel{5}\} - \{3, 5, 7\} = \{1, 2, 4\}$$

تفاضل دو مجموعه خاصیت جابه‌جایی ندارد، (همان‌طور که عمل تفریق در مجموعه اعداد طبیعی خاصیت جابه‌جایی ندارد).

$$A - B \neq B - A$$

نماد تعداد عضوهای یک مجموعه

اگر A یک مجموعه k عضوی باشد، در این صورت تعداد عضوهای مجموعه A را به صورت $n(A) = k$ نمایش می‌دهیم. برای مثال برای مجموعه $B = \{2, 3, 4, 5\}$ ، $n(B) = 4$ است.

مجموعه‌ها و احتمال

احتمال وقوع یک پیشامد از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{احتمال رخ دادن پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}$$

حال اگر مجموعه تمام حالت‌های ممکن را با مجموعه S و مجموعه حالت‌های مطلوب را با مجموعه A و احتمال رخ دادن پیشامد A را با

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$p(A)$ نمایش دهیم، خواهیم داشت:

با توجه به مجموعه‌های A ، B و C درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

$$A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{1, 2, 4, 5\}, C = \{1, 2, 3\}$$

الف) $B \subseteq A$ ب) $C \subseteq A$

پاسخ: الف) نادرست؛ ۴ عضو B است و در A نیست پس B زیرمجموعه A نیست، یعنی $B \not\subseteq A$.

ب) درست؛ تمام عضوهای C در A هست؛ پس C زیرمجموعه A است، یعنی $C \subseteq A$.

۱- هر مجموعه زیرمجموعه خودش است. $A \subseteq A$

۲- مجموعه تهی زیر مجموعه هر مجموعه‌ای است. $\emptyset \subseteq \emptyset$

۳- تمام زیرمجموعه‌های مجموعه $A = \{a, b, c\}$ را نشان دهید.

پاسخ: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

۴- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n است.

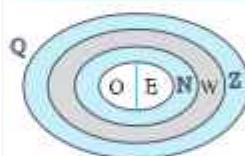
جاهای خالی را کامل کنید.

الف) مجموعه A دارای ۷ عضو و زیرمجموعه است.

ب) مجموعه B دارای عضو و ۲۲ زیرمجموعه است.

پاسخ: الف) ۱۲۸؛ مجموعه A ، ۷ عضو دارد؛ پس $2^7 = 128$ زیرمجموعه دارد.

ب) ۵؛ مجموعه B ، $2^5 = 32$ زیرمجموعه دارد؛ پس ۵ عضو دارد.



$$O, E \subseteq N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$$

دو مجموعه برابر

دو مجموعه A و B را برابر یا مساوی می‌گویند هرگاه هر عضو A ، عضو B و هر عضو B ، عضو A باشد برای مثال دو مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{1, 2, \frac{9}{3}\}$ برابرند ($\frac{9}{3} = 3$) در واقع دو مجموعه A و B زمانی برابرند که A زیرمجموعه B و B زیرمجموعه A باشد.

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B, B \subseteq A$$

اگر دو مجموعه داده شده برابر باشند، مقادیر مجهول را به دست آورید.

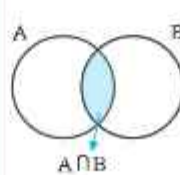
$$A = \{9, a - 3, 4\}, B = \{8, 2^2, b\}$$

پاسخ: $2^2 = 4$ است؛ پس خواهیم داشت:

$$b = 9, a - 3 = 8 \Rightarrow a = 11$$

اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

اجتماع دو مجموعه



اشتراک دو مجموعه A و B مجموعه‌ای از عضوهایی است که هم در A و هم در B باشند و آن را با نماد $A \cap B$ نمایش می‌دهیم.

$$A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$$

۲- زمانی که مخرج‌ها برابر و بین صورت‌ها فاصله وجود نداشته باشد در این صورت با ضرب صورت و مخرج هر دو کسر در عددی دلخواه به اندازه مورد نظر مانند قسمت اول کار را ادامه می‌دهیم.

مثال

بین دو کسر $\frac{1}{5}$ و $\frac{2}{5}$ چهار کسر بنویسید.

پاسخ: مخرج دو کسر برابر است و با ضرب کردن صورت و مخرج این دو کسر در هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۴ فاصله مورد نظر بین صورت‌های آنها ایجاد می‌شود.

$$\begin{array}{cc} \frac{1}{5} \xrightarrow{\times 6} \frac{6}{30} & \frac{2}{5} \xrightarrow{\times 6} \frac{12}{30} \\ \frac{1}{5} \xrightarrow{\times 7} \frac{7}{35} & \frac{2}{5} \xrightarrow{\times 7} \frac{14}{35} \\ \frac{1}{5} \xrightarrow{\times 8} \frac{8}{40} & \frac{2}{5} \xrightarrow{\times 8} \frac{16}{40} \\ \frac{1}{5} \xrightarrow{\times 9} \frac{9}{45} & \frac{2}{5} \xrightarrow{\times 9} \frac{18}{45} \\ \frac{1}{5} \xrightarrow{\times 10} \frac{10}{50} & \frac{2}{5} \xrightarrow{\times 10} \frac{20}{50} \end{array}$$

۳- زمانی که مخرج‌ها برابر نباشند ابتدا دو کسر را هم مخرج کرده سپس به کمک قسمت‌های اول و دوم کار را ادامه می‌دهیم.

مثال

بین دو کسر $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ پنج کسر بنویسید.

پاسخ: مخرج مشترک ۴ و ۵ برابر ۲۰ است؛ در نتیجه:

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{20}, \quad \frac{1}{5} = \frac{4}{20}$$

مخرج‌ها برابر ولی بین صورت‌ها فاصله وجود ندارد یا ضرب هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۵ در صورت و مخرج می‌توان این فاصله را ایجاد کرد.

$$\begin{array}{cc} \frac{5}{20} \xrightarrow{\times 7} \frac{35}{140} & \frac{4}{20} \xrightarrow{\times 7} \frac{28}{140} \\ \frac{5}{20} \xrightarrow{\times 8} \frac{40}{160} & \frac{4}{20} \xrightarrow{\times 8} \frac{32}{160} \\ \frac{5}{20} \xrightarrow{\times 9} \frac{45}{180} & \frac{4}{20} \xrightarrow{\times 9} \frac{36}{180} \\ \frac{5}{20} \xrightarrow{\times 10} \frac{50}{200} & \frac{4}{20} \xrightarrow{\times 10} \frac{40}{200} \\ \frac{5}{20} \xrightarrow{\times 11} \frac{55}{220} & \frac{4}{20} \xrightarrow{\times 11} \frac{44}{220} \end{array}$$

روش‌های ۱، ۲ و ۳ را برای کسرهایی با صورت‌های برابر نیز می‌توانید انجام دهید. برای مثال برای دو کسر $\frac{2}{13}$ و $\frac{2}{7}$ داریم:

$$\frac{2}{13} < \frac{2}{12}, \frac{2}{11}, \frac{2}{10}, \frac{2}{9}, \frac{2}{8} < \frac{2}{7}$$

در روش‌های ۴ و ۵ برای نوشتن چند کسر بین دو کسر نیازی به مخرج و صورت‌های برابر نیست.

۴- میانگین دو عدد، عددی است که دقیقاً بین آن دو عدد قرار می‌گیرد بنابراین برای نوشتن کسری بین دو کسر می‌توان میانگین آنها را محاسبه کرد.

مثال

بین دو کسر $\frac{3}{6}$ و $\frac{5}{6}$ یک کسر بنویسید.

$$\frac{3}{6} + \frac{5}{6} = \frac{9+5}{6} = \frac{14}{6} = \frac{14}{12} = \frac{14}{12} \div 2 = \frac{14}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{14}{24}$$

پاسخ: میانگین دو کسر $\frac{3}{6}$ و $\frac{5}{6}$ است و دقیقاً بین این دو عدد قرار دارد.

۵- با جمع صورت‌ها و مخرج دو کسر، کسری به دست می‌آید که بین دو کسر قرار دارد.

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \quad (b, d \neq 0)$$

مثال در پرتاب یک تاس احتمال پیشامدهای زیر را به دست آورید.

الف) پیشامد A که عدد رو شده عددی زوج باشد.

ب) پیشامد B که عدد رو شده بزرگ‌تر از ۴ باشد.

پاسخ: در پرتاب یک تاس مجموعه همه حالت‌های ممکن به صورت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است؛ پس $n(S) = 6$ است.

الف) $A = \{2, 4, 6\}$ در نتیجه: $n(A) = 3$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ب) $B = \{5, 6\}$ در نتیجه: $n(B) = 2$

$$p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

فصل ۲: عددهای حقیقی

ترتیب محاسبات

۱- پرازنتر: در صورت وجود پرازنترهای تودرتو اولویت با داخلی‌ترین پرازنتر است.

۲- توان

۳- ضرب و تقسیم: در صورت وجود بیش از یک ضرب و تقسیم در عبارت اولویت از سمت چپ است.

۴- جمع و تفریق

مثال

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } 1 + \frac{2}{5} \div \frac{3}{7} \times \frac{1}{21} - 2 = \quad \text{ب) } \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} =$$

پاسخ: الف) با توجه به اولویت در ترتیب انجام محاسبات ابتدا تقسیم بعد از آن ضرب و در آخر جمع و تفریق را محاسبه می‌کنیم.

$$1) \frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{15} \quad 2) \frac{14}{15} \times \frac{1}{21} = \frac{2}{45}$$

$$3) 1 + \frac{2}{45} - 2 = \frac{47}{45} - 2 = \frac{47-90}{45} = -\frac{43}{45}$$

ب) برای محاسبه این عبارت محاسبات را به ترتیب از قسمت‌هایی که خط کسری کوچک‌تری دارند انجام می‌دهیم.

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{4}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{7}{4}}} = \frac{1}{1 + \frac{4}{7}} = \frac{1}{\frac{11}{7}} = 1 \div \frac{11}{7} = 1 \times \frac{7}{11} = \frac{7}{11}$$

روش‌های نوشتن چند کسر بین دو کسر

۱- زمانی که مخرج‌ها برابر و بین صورت‌ها فاصله وجود داشته باشد می‌توان به راحتی کسرهایی را بین دو کسر قرار دهیم:

مثال

بین دو کسر $\frac{1}{9}$ و $\frac{8}{9}$ سه کسر بنویسید.

پاسخ: $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}$ البته نیز بین این دو کسر قرار دارند.