

فصل ریاضی دهم - دی ماه

رشته ریاضی و علوم تجربی (طبقه بندی شده)



هشتگ امتحان

مدت زمان: ۹۰ دقیقه
تعداد سؤال: ۱۷

آزمون

۱

پاسخنامه
۲۵

ردیف	نمره	سؤال	پاسخ
۱	۱	بازه $[-۲, ۱]$ متناهی است.	دروست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۲	۱	هر دنباله یا حسابی است یا هندسی.	دروست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۳	۱	اگر $A \subseteq B$ باشد و B متناهی باشد، آنگاه A نامتناهی است.	دروست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۴	۱	$(-\infty, ۳] - [-۱, +\infty) = (-\infty, -۱)$	دروست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۵	۱	دو پیشامد A و B را می‌گوییم هرگاه $A \cap B = \emptyset$.	
۶	۱	$(A \cup B)'$ برابر است با _____.	
۷	۱	اگر بدانیم $f_n = \frac{۲n-۱}{۲n+۱}$ ، در این صورت جمله _____ این دنباله $\frac{۷۹}{۴۱}$ است.	
۸	۱	دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها مجموعه‌ای متناهی باشد. (کردستان - مدرسه پارس - دی ۹۷)	
۹	۱	اگر \mathbb{Z} را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، مجموعه $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$ را با نوشتن اعضا مشخص نمایید.	
۱۰	۱	اگر $n(A) + n(B) = ۴n(A \cap B)$ مطلوب است: $\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)}$ <i>صورت کسر رو با استفاده از رابطه اجماع پاک کنید.</i>	
۱۱	۱	اگر U مجموعه مرجع باشد و $n(U) = ۱۰۰$ ، $n(A) = ۶۰$ ، $n(B) = ۴۰$ و $n(A \cap B) = ۲۰$ مطلوب است: <i>(انحصار - جهنگ منطقه ۳ - خرداد ۹۶)</i>	
۱۲	۱	الف) $n(A \cup B)$ ب) $n(A' \cap B')$ ج) $n(A - B)$ در الگوی زیر شکل بعدی را بیابید و سپس جمله عمومی را پیدا کنید. آیا این الگو خطی است؟ چرا؟ 	
۱۳	۱	در یک دنباله حسابی جملات پنجم و نهم ۱۷ و ۳۳ می‌باشند. جملات دنباله را مشخص کنید. (سیستان و بوشهر - مدرسه الهدی روشن - دی ۹۷)	
۱۴	۱	جمله پنجم و هشتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۴۸ و ۳۸۴ است. جملات دنباله را مشخص نمایید. <i>برای اینکه فراموشت رو در تماشای هنرمند به دست پاریس هفت بزرگتر رو به جمله کوچکتر تقسیم کنید.</i>	
۱۵	۱	در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول ۳ و مجموع سه جمله بعدی ۴۸ است. جمله عمومی دنباله را مشخص نمایید. <i>(سیستان و بوشهر - مدرسه الهدی روشن - دی ۹۷)</i>	
۱۶	۱	به ازای چه مقدار x عبارت‌های $x+۱۳$ ، $x+۷$ ، $x+۵$ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند. <i>از رابطه واسطه هنرمند استفاده کنید.</i>	
۱۷	۱	در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت مجموع سه جمله اول ۹ و حاصل ضرب آنها -۴۸ می‌باشد. جمله هفتم را بیابید. <i>عقله وسطی رو ۴ در نظر بگیرید.</i>	
۱۸	۲	مجموع سه عدد که دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند ۱۵ است. اگر این عددها را به ترتیب با ۸ و ۶ و ۴ جمع کنیم دنباله‌ای هندسی تشکیل می‌دهند. عددها را بیابید. (انحصار - مدرسه ترکیه - دی ۹۷)	
۱	۱۵	جمع نمره	موفق باشید.

دی ماه هشتگ امتحان

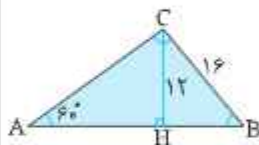
آزمون شماره ۲
صفحه درسنامه: ۴۵

فصل ۲ ریاضی دهم - دی ماه
رشته ریاضی و علوم تجربی (طبقه بندی شده)

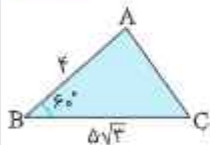


مدت زمان: ۹۰ دقیقه
تعداد سؤال: ۱۸

ردیف	سؤال	پاسخ
۱	tan یک زاویه در ناحیه دوم با بزرگ شدن زاویه، افزایش پیدا می کند. (اصحاح - مدرسه شهید حیدری - خرداد ۹۷)	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۲	اگر $\sin \alpha \cos \alpha < 0$ ، آنگاه α می تواند در ربع دوم باشد.	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۳	$\sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ = 1$	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۴	$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۵	کسینوس یک زاویه در ناحیه اول با افزایش زاویه، پیدا می کند. (اصحاح - مدرسه شهید حیدری - خرداد ۹۷)	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۶	اگر $90^\circ < \theta < 180^\circ$ باشد، علامت $\sin \theta$ همواره است.	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۷	اگر $\tan \alpha = \frac{4}{5}$ باشد، کتانژانت آن زاویه است.	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۸	$\tan^2 \alpha + 1$ برابر است با	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۹	مساحت مثلث مقابل را به دست آورید. (آذینجان خرم - مدرسه آیت الله خلیلی - دی ۹۷)	۲
۱۰	حاصل عبارت مقابل را بیابید. (اصحاح - مدرسه آیتالله - دی ۹۷)	۲
۱۱	اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{4}$ ، حاصل $\sin \alpha \cos \alpha$ را به دست آورید. (مطهریان خطون - مدرسه معراج - خرداد ۹۷) (دو طرف عبارت رو به توان دو برسوزن)	۷۵
۱۲	مساحت مثلث زیر را بیابید. (اصحاح - مدرسه محمود اسفندی - خرداد ۹۸)	۱
۱۳	تا حد امکان عبارت زیر را ساده کنید. (اصحاح - مدرسه شهید حیدری - خرداد ۹۷)	۷۵
۱۴	اتحادهای مثلثاتی مقابل را ثابت کنید.	۱
۱۵	اگر $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ باشد و بدانیم $\cos \alpha = \frac{x-2}{3}$ ، محدوده X را بیابید.	۱
۱۶	اگر $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4}{5}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ را به دست آورید.	۱
۱۷	موشکی را از روی یک سکو به ارتفاع ۱۰ متر با زاویه 30° پرتاب می کنیم. لحظه ای که موشک در راستای افقی در فاصله ۶۰۰۰ متری از نقطه پرتاب قرار گیرد، موشک به چه ارتفاعی می رسد؟	۲
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

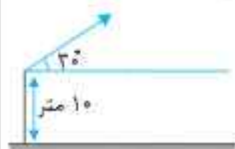


$$\frac{\cos^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ + \tan 180^\circ}{\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ - \cot 90^\circ + \cot^2 60^\circ} =$$



$$\left(\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} \right) \times \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} =$$

$$\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = (\tan \alpha + 1)(\tan \alpha - 1)$$



فصل ۴ ریاضی دهم - دی ماه
رشته ریاضی و علوم تجربی (طبقه بندی شده)



هشتاد امتحان

مدت زمان: ۹۰ دقیقه
تعداد سؤال: ۱۶

ردیف	نمره	سؤال	پاسخ
۱	۰/۲۵	اگر $\Delta = 0$ معادله درجه دوم ریشه ندارد. (سیستان و بوشهر - مدرسه امیر روشن - دی ۹۷)	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۲	۰/۲۵	در سهمی $y = (x-1)^2 + 3$ مختصات رأس سهمی (۱ و ۳) می باشد.	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۳	۰/۲۵	اگر $ x \geq 5$ آنگاه $-5 \leq x < 5$.	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۴	۰/۲۵	در معادله $y = -3x^2 + 4x - 1$ سهمی دارای نقطه می نیمم می باشد.	درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/>
۵	۰/۲۵	برای حل معادله $x^2 - 8x + 4 = 0$ به روش مربع کامل، باید به طرفین معادله عدد اضافه شود.	۰/۲۵
		(خراسان جنوبی - نمونه دولتی معراج - خرداد ۹۷)	
۶	۰/۲۵	اگر $AB = 0$ در این صورت یکی از آنها صفر است.	۰/۲۵
۷	۰/۲۵	در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c$ ، اگر $a > 0$ سهمی دارای نقطه است.	۰/۲۵
۸	۰/۲۵	در سهمی به معادله $y = 3x^2 + 2$ طول رأس سهمی است.	۰/۲۵
۹	۲	معادلات زیر را به روش های خواسته شده حل کنید. (آذربایجان غربی - مدرسه یاداران ابراهیم - دی ۹۷)	
		روش Δ ، $3x^2 + 7x + 4 = 0$ (الف)	
		ریشه گیری $(x-2)^2 = 25$ (ب)	
۱۰	۱	یکی از جواب های معادله $2x^2 + ax + 3 = 0$ برابر ۳- می باشد، جواب دیگر معادله را به دست آورید.	۱
۱۱	۱	سن امیر و حسین ۵ سال یا یکدیگر اختلاف دارد، اگر سه سال دیگر حاصل ضرب سن آنها ۱۰۴ شود، سن هر یک را بیابید.	۱
		(آذربایجان غربی - مدرسه شهید ابراهیم - دی ۹۷)	
۱۲	۱/۵	رأس سهمی $y = x^2 - 4x + m$ روی خط $2x + y = 5m$ قرار دارد، مقدار m را به دست آورید.	۱/۵
		(خراسان جنوبی - نمونه دولتی معراج - خرداد ۹۷)	
۱۳	۱/۵	به ازای چه مقداری از m عبارت $(m-2)x^2 - 3x + 1$ همواره مثبت است؟ (دماوند - مدرسه صفور - خرداد ۹۶)	۱/۵
۱۴	۳	نامعادلات زیر را حل کرده و مجموعه جواب را به صورت بازه بنویسید. (بهرمن - مدرسه آسمان - دی ۹۷)	۳
		الف $ -6x - 1 \geq 5$	
		ب $\frac{(x-1)^2(x+2)}{x^2+5x+4} \geq 0$	
		ج $\frac{x^2-3x}{x^2+x+2} < 0$	
۱۵	۲	اگر $y = ax^2 + bx + c$ معادله یک سهمی باشد، a و b و c را طوری بیابید که سهمی محور x ها را در نقطه ای به طول ۲ و ۲- و محور y ها را در نقطه ای به طول ۳ قطع کند.	۲
۱۶	۱	به ازای چه مقادیری از m ، سهمی $y = mx^2 - 2mx - 2$ همواره پایین محور x هاست؟ (اسلامشهر - مدرسه خدایت - دی ۹۷)	۱
		نمودار سهمی زیر محور x هاست، پس عبارت درجه دوم باید همواره منفی باشد.	
	۱۵	جمع نمره	موفق باشید.

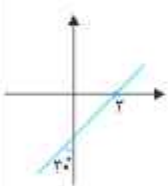


سؤالات امتحانی ریاض پایه دهم رشته ریاضی و علوم تجربی (دوره دوم متوسطه)

ردیف

نمره

۱	الف) درست یا نادرست بودن جمله‌های زیر را مشخص کنید. اگر \mathbb{N} اعداد طبیعی و \mathbb{Q} اعداد گویا باشد آنگاه $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$.	۱
	دنباله‌ایی وجود ندارد که هم حسابی باشد هم هندسی.	۲
	$(\sqrt{-2})^2$ با $\sqrt{(-2)^2}$ برابر است.	۳
	$\sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ = \sin 30^\circ$	۴
۲	ب) جاهای خالی را با کلمه (عدد، مناسب) پر کنید. اگر $A \subseteq B$ و اگر A نامتناهی آنگاه B است. اگر $\cos \theta < 0$ و $\cot \theta < 0$ انتهای کمان در قرار دارد. ریشه چهارم عدد ۸۱ اعداد هستند. اگر $0 < a < 1$ ریشه سوم از ریشه پنجم است. (بزرگ‌تر - کوچک‌تر)	۵ ۶ ۷ ۸
۳	ج) به سؤال‌های زیر پاسخ کامل دهید. در یک کلاس ۳۱ نفری تعداد ۱۴ نفر از دانش‌آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آنها عضو گروه تئاتر هستند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند مطلوب است: الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرود هستند. ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند. اگر $A = (-1, 4]$ و $B = (-\infty, 2)$ باشد. مجموعه $A \cap B'$ را روی محور اعداد نمایش دهید و آن را به صورت بازه بنویسید. در یک دنباله حسابی $t_1 + t_2 + t_3 = 15$ و $t_4 + t_5 + t_6 = 60$ می‌باشد. جمله دوازدهم این دنباله را بیابید. در یک دنباله هندسی جمله نهم چهار برابر جمله هشتم است. جمله هفتم چند برابر جمله سوم است؟ اگر $\sin \theta = \frac{5}{y}$ و θ در ربع دوم مثلثاتی باشد. سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید. با توجه به شکل معادله خط d را بنویسید.	۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴
۴	۱۵ درست‌ی رابطه $1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$ را نشان دهید. ۱۶ الف) حاصل عبارت مقابل را بیابید. ب) حاصل 99^3 را بیابید. ۱۷ الف) حاصل عبارت مقابل را بیابید. ب) مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ را گویا کنید. ۱۸ مجموع مربعات دو عدد فرد متوالی ۲۹۰ است. این دو عدد را بیابید. ۱۹ معادلات زیر را به روش خواسته شده حل کنید. (مربع کامل کردن) $5x^2 - 3 - 2x = 0$ (الف) (روش تجزیه) $x^2 - 5x^2 + 4x = 0$ (ج) ۲۰ نمودار سهمی $y = x^2 - 2x - 1$ را رسم کنید. رأس سهمی و محور تقارن را مشخص کنید. ۲۱ نامعادلات زیر را حل کنید. الف) $\frac{ x (x^2 - 2x + 4)}{x^2 - 4x + 3} < 0$ ب) $ \frac{x-1}{2} - 1 \geq 3$	۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸ ۱۹ ۲۰ ۲۱



$$\sqrt{5}\sqrt{5}\sqrt{5} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{3}{x-1} =$$

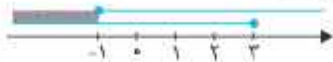
دی ماه هشتاد و هشتاد و پنجم

۰/۷۵		۱۲	حاصل را به صورت عدد تواندار بنویسید.
۰/۷۵	$\sqrt{2\sqrt{2}}$	۱۳	مخرج عبارت زیر را گویا کنید.
۱	$\frac{1}{2\sqrt{x-2}}$	۱۴	اگر $a + b = 1$ و $a^2 + b^2 = 5$ ، حاصل $a^2 + b^2$ را به دست آورید.
۱	$\frac{x-1}{x-y} - \frac{1-y}{y-x} =$	۱۵	حاصل عبارت زیر را به دست آورید.
۱		۱۶	با فرض آنکه $x + 4 > 0$ و $x - 5 > 0$ اگر $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-5} = 18$ ، حاصل $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-5}$ را به دست آورید.
۱		۱۷	در باره تعداد ریشه‌های معادله $2x + \frac{2}{x} = 2$ بحث کنید.
۱		۱۸	معادله درجه دوم $x(2x - 5) = a$ به ازای یک مقدار a ریشه مضاعف دارد. مقدار ریشه مضاعف را پیدا کنید.
۱		۱۹	مجموع مربعات دو عدد صحیح مثبت متوالی ۹۲۵ است. مجموع این دو عدد را بیابید.
۱		۲۰	یک نامعادله قدر مطلق بنویسید که جواب آن بازه $(-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$ باشد.
۱		۲۱	عبارت زیر را تعیین علامت کنید.
	$A = \frac{(x-2)^2}{(x^2+1)(-x+4)^2}$		
۷	جمع نمره	۲۰	موفق باشید.

ردیف	نمره	سؤال
۱	۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه ای متناهی باشد، آنگاه A نیز متناهی خواهد بود.</p> <p>ب) اگر $1 < a < 2$ آنگاه $\sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$.</p> <p>پ) رابطه ای که به هر عدد طبیعی کمتر از ۴، مقسوم علیه های آن را نسبت می دهد، تابع است.</p> <p>ت) تعداد جایگشت های متمایز حروف کلمه «نرگس» برابر ۴! است.</p>
۲	۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر زاویه حتمی با جهت مثبت محور افقی 45° باشد آنگاه سین آن برابر است.</p> <p>ب) عبارت $\sqrt{\sqrt{81}}$، برابر با عدد صحیح است.</p> <p>پ) مجموعه جواب نامعادله $x \leq 6$ بازه است.</p> <p>ت) تعداد تابع حتمی وجود دارد که دامنه آن $[0, 2]$ و برد آن $[-2, 1]$ باشد.</p>
۳	۱	<p>اگر $n(A) = 60$، $n(B) = 70$ و $n(A - B) = 15$ آنگاه $n(A \cup B)$ را به دست آورید.</p>
۴	۰/۷۵	<p>جمله های چهارم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۲۴ و ۱۹۲ است. قدر نسبت دنباله را به دست آورید.</p>
۵	۰/۷۵	<p>مساحت مثلث متساوی الساقین ABC برابر ۹ است. اندازه X را به دست آورید.</p> 
۶	۱	<p>اگر $270^\circ < \alpha < 286^\circ$ و $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$، نسبت های مثلثاتی $\cos \alpha$ و $\cot \alpha$ را به دست آورید.</p>
۷	۷۵	<p>الف) صورت و مخرج کسر $\frac{x^2 + x}{x^2 - x - 2}$ را تجزیه و عبارت را ساده کنید.</p> <p>ب) مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$ را گویا کنید.</p>
۸	۷۵	<p>یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی متر مربع، قرار دارد. اگر فاصله همه لبه های عکس تا قاب برابر X باشد، مقدار X را پیدا کنید.</p> 

۱/۵	مجموعه جواب نامعادله $\frac{-(x-4)^2}{2x+1} \geq 0$ را به دست آورید.	۹
۰/۷۵	در سهمی $y = ax^2 + 2x + 3$ خط $x = 2$ محور تقارن آن است. مقدار a را به دست آورید.	۱۰
۱/۲۵	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 3 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کنید. $f(-4)$ و $f(0)$ را به دست آورید.	۱۱
۱/۵	دامنه و برد تابع خطی زیر را بنویسید و ضابطه آن را به دست آورید.	۱۲
۰/۷۵	ابتدا نمودار تابع $y = x $ را رسم کرده و با کمک انتقال آن، نمودار تابع $f(x) = x-2 + 2$ را رسم کنید.	۱۳
۱/۲۵	با ارقام ۰، ۲، ۳، ۴، ۷ چند عدد ۴ رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟	۱۴
۱/۵	برای برگزاری یک دوره مسابقات ریاضی، از بین ۴ دبیر، ۳ دانشجو و ۲ دانش آموز قرار است گروهی تشکیل شود. به چند طریق می توان این کار را انجام داد اگر: الف) گروه ۴ نفره باشد؟ ب) گروه ۵ نفره باشد و حداقل یک دبیر در آن باشد؟	۱۵
۱	دو تاس را با هم می اندازیم. بیشامد A را «هر دو تاس مضرب ۵ باشند» و بیشامد B را «مجموع دو تاس ۱۱ باشد» تعریف می کنیم: الف) A و B را با نمایش اعضا مشخص کنید. ب) آیا این دو بیشامد ناسازگارند؟ چرا؟	۱۶
۱	اگر ۶ نامزد انتخابات شورای مدرسه که دو نفر از آن ها هم کلاسی هستند به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد که این دو هم کلاسی کنار هم باشند؟	۱۷
۱	نوع متغیرهای زیر را از نظر کمی، کیفی، گسسته، پیوسته، اسمی و ترتیبی مشخص کنید. الف) میزان بارندگی برحسب سانتی متر در یک شهر ب) گروه خونی دانش آموزان یک کلاس	۱۸
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

- ۱- نادرست؛ در هر فاصله از اعداد حقیقی بی نهایت عدد وجود دارد.
- ۲- نادرست؛ دنباله هایی داریم که نه حسابی هستند و نه هندسی.
- ۳- نادرست؛ چون B یک مجموعه متناهی است، پس A نیز یک مجموعه متناهی خواهد بود.
- ۴- درست؛ با توجه به محور، پاسخ واضح است.



- ۵- جدا از هم (مجزا)
- ۶- $A' \cap B' = (A \cup B)'$ زیرا طبق قانون دمورگان داریم؛
- ۷- بیستم، $t_n = \frac{79}{41}$ را در نظر می گیریم و n را به دست می آوریم؛
طرفین وسطین $\frac{79}{41} = \frac{4n-1}{2n+1} \Rightarrow 158n + 79 = 164n - 41$
 $41 = 6n \Rightarrow n = 20$

- ۸- اگر A را مجموعه اعداد زوج و B را مجموعه اعداد اول در نظر بگیریم، آنگاه:
 $A = \{2, 4, 6, \dots\}$, $B = \{2, 3, 5, \dots\} \Rightarrow A \cap B = \{2\}$
- ۹- $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -2, -1, 0\}$
- ۱۰- طبق صورت سؤال

$$\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)}$$

$$= \frac{4n(A \cap B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = \frac{3n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = 3$$

- ۱۱- الف $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 60 + 40 - 20 = 80$
- ب $n(A' \cap B') = \frac{\text{طبق دمورگان}}{n(A \cup B)'} = n(U) - n(A \cup B)$
 $= 100 - 80 = 20$
- ج $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 60 - 20 = 40$

- ۱۲- با توجه به الگو می توان شکل شماره ۴ را کشید:
 $5, 8, 13, 20, \dots$
الگو خطی نیست. چون فاصله جمله ها با یکدیگر برابر نیست. با توجه به شکل $t_n = n^2 + 4$ می باشد.

- ۱۳- t_4 و t_5 را طبق فرمول باز کرده و سپس در دستگاه قرار می دهیم:
$$\begin{cases} t_5 = 17 \\ t_4 = 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 4d = 17 \\ t_1 + 8d = 23 \end{cases} \quad t_1 + 4(4) = 17 \Rightarrow t_1 = 1$$

 $4d = 16 \Rightarrow d = 4$ و $1, 5, 9, 13, \dots$ دنباله

- ۱۴- طبق رابطه $t_n = t_1 r^{n-1}$ دنباله های هندسی را باز می کنیم.
 $\frac{t_8}{t_5} = \frac{t_1 r^7}{t_1 r^4} = r^3 \Rightarrow \frac{384}{48} = 8 = r^3 \Rightarrow r = 2$
 $t_5 = t_1 r^4 \Rightarrow t_1 (2)^4 = 48 \Rightarrow t_1 = \frac{48}{16} = 3$
دنباله: $3, 6, 12, 24, 48, \dots$

۱۵- طبق فرض $t_7 + t_7 = 68, t_1 + t_7 = 17$ طبق رابطه جمله عمومی دنباله هندسی ($t_n = t_1 r^{n-1}$) فرض ها را بازنویسی می کنیم:

$$t_1 + t_7 = 17 \Rightarrow t_1 + t_1 r^6 = 17 \Rightarrow t_1 (1 + r^6) = 17$$

$$t_7 + t_7 = 68 \Rightarrow t_1 r + t_1 r^7 = 68 \Rightarrow t_1 r (1 + r^6) = 68$$

دو رابطه به دست آمده را بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{t_1 r (1 + r^6)}{t_1 (1 + r^6)} = \frac{68}{17} \Rightarrow r = 4$$

$$t_1 (1 + r^6) = 17 \Rightarrow t_1 (1 + 16) = 17 \Rightarrow t_1 = 1$$

پس جمله عمومی دنباله به صورت $t_n = 4^{n-1}$ است.

- ۱۶- $b^2 = ac \Rightarrow (x + 7)^2 = (x + 5)(x + 13)$
- $x^2 + 14x + 49 = x^2 + 18x + 65 \Rightarrow -4x = 16 \Rightarrow x = -4$
به ازای $x = -4$ سه جمله داده شده تشکیل دنباله هندسی می دهند.
- ۱۷- با توجه به راهنمایی در صورت سؤال اگر جمله دوم t_2 باشد، می توان جملات دنباله را به صورت $t_2 - d, t_2, t_2 + d, \dots$ در نظر گرفت. در این صورت داریم:

$$t_2 - d, t_2, t_2 + d \Rightarrow t_2 - d + t_2 + t_2 + d = 9$$

$$3t_2 = 9 \Rightarrow t_2 = 3$$

$$(t_2 - d)(t_2)(t_2 + d) = -48 \Rightarrow (t_2^2 - d^2)t_2 = -48$$

$$\Rightarrow (9 - d^2)3 = -48 \Rightarrow 9 - d^2 = -16$$

$$\Rightarrow d^2 = 25 \Rightarrow d = \pm 5 \xrightarrow{\text{قرنیت مثبت}} d = 5$$

پس جملات دنباله به صورت $2, 3, 4, \dots$ است. جمله عمومی به صورت $t_n = -2 + (n-1)5$ است و در نتیجه جمله هفتم عبارت است از:
 $t_7 = -2 + 6 \times 5 = 28$

- ۱۸- فرض کنیم سه جمله متوالی مورد نظر به صورت t_n و $t_n + d$ و $t_n - d$ باشند؛ طبق فرض داریم:

$$t_n - d + t_n + t_n + d = 15 \Rightarrow 3t_n = 15 \Rightarrow t_n = 5$$

پس جملات دنباله را می توان به صورت $5 + d$ و 5 و $5 - d$ نوشت. با اضافه کردن مقادیر فرض سؤال، سه جمله $9 + d$ و 11 و $13 - d$ باید تشکیل دنباله هندسی بدهند. پس عدد ۱۱ باید واسطه هندسی دو عدد دیگر باشد:

$$(11)^2 = (13 - d)(9 + d) \Rightarrow 121 = 117 + 13d - 9d - d^2$$

$$\Rightarrow -d^2 + 4d - 4 = 0 \Rightarrow d^2 - 4d + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (d - 2)^2 = 0 \Rightarrow d = 2$$

در نهایت سه عدد مورد نظر عبارت اند از: ۷ و ۵ و ۳

آزمون شماره ۲ فصل ۲

- ۱- درست؛ زیرا \cos در ناحیه دوم از سمت اعداد منفی به طرف صفر حرکت می کند، پس رو به افزایش می باشد.

- ۲- درست؛ در ربع دوم علامت \sin مثبت و علامت \cos منفی می باشد، پس $\sin \alpha, \cos \alpha$ دارای علامت منفی می باشد.

- ۳- درست؛ طبق معادله مثلثاتی $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ این رابطه برقرار می باشد.

- ۴- نادرست؛ زیرا $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \times \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1$

$$\left(\frac{1}{1-\sin\theta} + \frac{1}{1+\sin\theta}\right) \times \frac{\sin\theta \cos\theta}{2} = \frac{1+\sin\theta + 1-\sin\theta}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)} \times \frac{\sin\theta \cos\theta}{2}$$

$$\frac{2}{1-\sin^2\theta} \times \frac{\sin\theta \cos\theta}{2} = \frac{\sin\theta \cos\theta}{\cos^2\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

$$\frac{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = (\tan\alpha + 1)(\tan\alpha - 1) \quad -13$$

طبق اتحاد مزدوج از سمت چپ شروع به باز کردن رابطه‌ها می‌نماییم:

$$\frac{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}{\cos^2\alpha}$$

$$= \frac{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \tan^2\alpha - 1$$

$$\frac{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = (\tan\alpha - 1)(\tan\alpha + 1)$$

15- اگر $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ آنگاه $0 < \cos\alpha < 1$ ، طبق نکته بالا داریم:

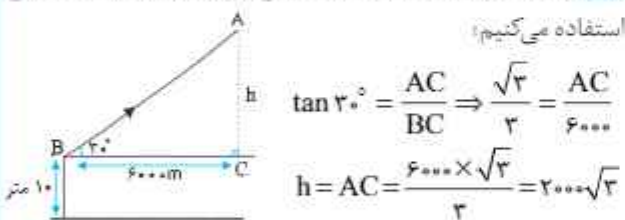
$$0 < \frac{x-2}{3} < 1 \rightarrow 0 < x-2 < 3 \Rightarrow 2 < x < 5$$

طرفین را ضرب می‌کنیم

$$\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\cos\alpha} = \frac{4}{\Delta} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha} = \frac{4}{\Delta} \quad -16$$

$$\Rightarrow \tan\alpha + 1 = \frac{4}{\Delta} \Rightarrow \tan\alpha = -\frac{1}{\Delta}$$

17- مثلث قائم الزاویه ABC را در نظر می‌گیریم و از نسبت‌های مثلثاتی استفاده می‌کنیم:



ارتفاع موشک در آن لحظه $2\sqrt{3} + 10$ متر است.

آزمون شماره 3 فصل 3

1- درست! اگر $\frac{1}{1000}$ را در نظر بگیریم: $\sqrt{\frac{1}{1000}} = \frac{1}{\sqrt{1000}} = \frac{1}{10\sqrt{10}}$

2- نادرست! اگر $a = -32$ را در نظر بگیریم:

$$\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{-2^5} = -2 > \sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{-8 \times 4} = -2\sqrt[5]{4}$$

3- درست

4- نادرست؛ زیرا ادا یکال با فرجه زوج برای عددهای منفی تعریف نمی‌شود.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{\Delta}} = \sqrt[5]{\Delta^{-2}} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{\Delta}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt[5]{\Delta^2}} \quad -5$$

6- یک

$$\sqrt[3]{(-2)^3} = \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{-2^3} = -2 \quad -7$$

8- $m^{1/3}$ ، ابتدا قرجه‌ها را در یکدیگر ضرب می‌کنیم.

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{m}} = \sqrt[3]{m^{1/3}} = m^{1/9}$$

5- کاهش، چون \cos از یک به طرف صفر حرکت می‌کند.

6- مثبت

$$\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha} \quad \text{چون } \frac{\Delta}{4} \quad -7$$

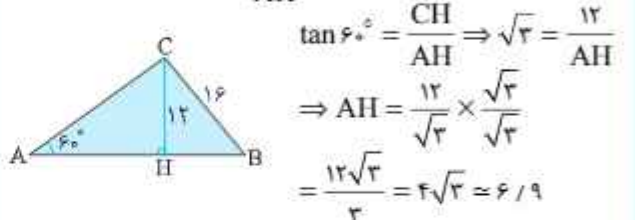
$$\frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \text{چون } \quad -8$$

$$1 + \tan^2\alpha = 1 + \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

9- می‌دانیم که مساحت مثلث برابر است با $S_{\triangle ABC} = \frac{CH \times AB}{2}$

برای به دست آوردن قاعده مثلث، ابتدا HB و AH را به دست می‌آوریم.

در مثلث قائم الزاویه ACH می‌توان از $\tan 60^\circ = \frac{CH}{AH}$ استفاده نمود.



در مثلث قائم الزاویه CHB از رابطه فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$CH^2 + HB^2 = BC^2 \Rightarrow (12)^2 + HB^2 = (16)^2$$

$$\Rightarrow HB^2 = 256 - 144 = 112$$

$$HB = 4\sqrt{7} \approx 10.6 \Rightarrow AB = 6.9 + 10.6 = 17.5$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{12 \times 17.5}{2} = 105$$

10- لویه کنید $\cos^2\alpha = (\cos\alpha)^2$ و همچنین طبق الفارم مثلثی: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\frac{\cos^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ + \tan 180^\circ}{\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ - \cot 90^\circ + \cot^2 60^\circ} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 0}{1 - 0 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{16}$$

11- طرفین را به توان 3 می‌رسانیم.

$$(\sin\alpha + \cos\alpha)^3 = \left(\frac{9}{4}\right)^3$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sin^3\alpha + \cos^3\alpha}_1 + 3\sin\alpha\cos\alpha = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow 3\sin\alpha\cos\alpha = \frac{9}{16} - 1 \Rightarrow 3\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{7}{16}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha\cos\alpha = \frac{-7}{16 \times 3} = -\frac{7}{48}$$

12- طبق فرمول مساحت مثلث داریم:

